

06/2017

Programme

LFA / DFG

Mathématiques

Séries L 1^{ère}

Travail validé par le ministère de la formation et de la culture du Land de la Sarre, le ministère de la culture de la jeunesse et du sport du Land du Bade-Wurtemberg et le ministère de l'Éducation nationale de la République française

1. Préambule

1.1. Importance de la discipline

Le programme de Mathématiques doit entre autres

- aider l'élève à considérer les Mathématiques comme étant une matière nécessaire à la société, aussi bien par son utilisation au quotidien, que par son importance dans les raisonnements, les justifications, les expériences réalisées
- favoriser la créativité et l'imagination
- rendre l'élève capable de reconnaître des liens entre différentes notions mathématiques et de savoir les utiliser
- présenter à l'élève l'évolution culturelle, historique et philosophique des Mathématiques
- servir pour des travaux techniques ou pour des activités nécessitant de la réflexion
- faire apparaître les liens entre les Mathématiques et d'autres domaines scientifiques
- aider l'élève pour la poursuite de ses études

Il s'ensuit que l'on aura les buts suivants :

- le cours forme à la précision et à l'abstraction ; il permet des formulations exactes et des conclusions logiques
- il favorise la capacité à argumenter et à émettre des critiques
- il utilise différentes formes d'argumentations, depuis l'utilisation d'exemples jusqu'à la production de preuves formelles
- le cours entraîne à la capacité de traduire des situations réelles en langage mathématique, à résoudre les problèmes qui ont été modélisés, et à interpréter les résultats
- le cours favorise l'apprentissage par des activités de découverte. L'utilisation de démarches heuristiques lors d'expériences ou de tests permet à l'élève de découvrir et d'analyser des nouvelles notions
- le cours permet à l'élève de pratiquer une lecture active de l'information, en privilégiant les changements de registre (graphique, numérique, algébrique, géométrique), et de communiquer un résultat par oral ou par écrit. La maîtrise du langage permet l'ouverture vers de nombreuses disciplines, notamment dans les domaines scientifiques, techniques et économiques
- le cours favorise la créativité et l'imagination : on présente aussi des activités ludiques, et on met l'accent sur l'esthétique des représentations
- le cours permet, par des exemples, de découvrir l'histoire des Mathématiques ainsi que l'importance de cette discipline dans l'évolution de notre société
- le cours guide l'élève tant dans le travail personnel que dans le travail en groupes. Il contribue à l'amélioration de l'autodiscipline, de la confiance en soi, de la concentration de l'élève, et lui donne le goût de l'effort

1.2. Compétences

L'objectif de ce programme est de former les élèves à la démarche scientifique sous toutes ses formes pour les rendre capables de :

- Modéliser et s'engager dans une activité de recherche
- Conduire un raisonnement, une démonstration
- Pratiquer une activité expérimentale ou algorithmique
- Faire une analyse critique d'un résultat, d'une démarche

- Pratiquer une lecture active de l'information, en privilégiant les changements de registre (graphique, numérique, algébrique, géométrique)
- Utiliser les outils logiciels (ordinateur, calculatrice) adaptés à la résolution d'un problème
- Communiquer à l'écrit et à l'oral
- Utiliser les symboles mathématiques et le calcul formel

1.3.Remarques pour la didactique

Le programme est divisé en plusieurs parties.

Deux colonnes présentent d'une part les contenus, d'autre part les compétences attendues.

L'attribution des compétences attendues pour chaque contenu n'exclut pas la possibilité pour l'enseignant d'approfondir l'un ou l'autre point du programme.

Il semble cohérent d'utiliser une progression en spirale.

La forme de présentation des contenus ne constitue pas une progression. Chaque enseignant est libre de choisir sa progression.

1.4.Remarques pour l'épreuve du Baccalauréat et usage des outils numériques

Pour de nombreux aspects du quotidien comme dans presque tous les domaines de la vie professionnelle nécessitant une haute qualification, il est important de saisir et de savoir travailler avec des relations quantitatives et des concepts abstraits. Les méthodes heuristiques, stratégies de résolution de problèmes et procédures de réalisation qui interviennent dépassent largement les techniques de calcul élémentaire.

Dans ce contexte, la calculatrice graphique et les logiciels mathématiques sont des outils précieux.

L'usage des outils numériques nécessite la compréhension des procédés mathématiques mis en œuvre et permet une discussion critique sur les possibilités et limites de ces outils.

L'utilisation régulière des calculatrices graphiques programmables et de logiciels est de ce fait une composante de l'enseignement en série L.

La calculatrice graphique programmable est autorisée pour les examens. On veillera à amener les élèves à un usage précis et critique de ces outils numériques.

Inhalt	Contenus	Capacités attendues Erwartete Fähigkeiten
--------	----------	--

2. Contenus et compétences

<p>2.1 ANALYSE – FONCTIONS</p> <p>Compositions</p> <ul style="list-style-type: none"> • Compositions de fonctions <p>Limites</p> <ul style="list-style-type: none"> • Limites de fonctions à l'infini • Limite de fonctions en un point <p>De nouvelles règles de dérivation :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Produit • Quotient • Composition 	<p>Les élèves savent :</p> <ul style="list-style-type: none"> • composer deux fonctions et écrire une fonction comme composée de plusieurs fonctions • donner les limites des fonctions de référence et déterminer la limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une composée de ces fonctions. • utiliser les nouvelles règles de dérivation.
<p>Indications :</p> <ul style="list-style-type: none"> • L'objectif essentiel est de permettre aux élèves de s'approprier le concept de limite de manière intuitive, tout en leur donnant les techniques de base pour déterminer des limites dans les exemples rencontrés en classe. 	

<p>2.2 AUTRES FONCTIONS USUELLES</p> <p>Fonctions rationnelles</p> <ul style="list-style-type: none"> • Domaine de définition • Symétrie (fonctions paire et impaire) • Limites • Asymptotes • Racines • Sens de variation • Extrema • Eléments de symétrie (centrale et axiale) • Points d'inflexion • Représentations graphiques 	<p>Les élèves savent :</p> <ul style="list-style-type: none"> • mener l'étude détaillée des fonctions rationnelles.
---	--

<p style="text-align: center;">Contenus</p> <p style="text-align: center;">Inhalt</p>	<p style="text-align: center;">Capacités attendues</p> <p style="text-align: center;">Erwartete Fähigkeiten</p>
<p>Fonctions exponentielles</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Fonction exponentielle de base e • Dérivabilité de $f(x) = b^x$ • Définition du nombre d'Euler e • Définition de la fonction $f(x) = e^x$ • Propriétés de la fonction exponentielle de base e (sens de variation, convexité, limites, asymptotes, courbe représentative, tangentes) ➤ fonctions composées • quotients, produits et composées de la fonction exponentielle de base e et de fonctions polynômes • Comportement et limites de fonctions du type : $f(x) = x^n e^{cx}$ pour $x \rightarrow \pm\infty$ $n \in \mathbb{N}, c \in \mathbb{R}$ ➤ Croissance exponentielle • propriétés remarquables • égalité de quotients • comportement aux limites 	<p>Les élèves savent:</p> <ul style="list-style-type: none"> • étudier des fonctions composées de fonctions rationnelles et fonction exponentielle de base e • déterminer les limites à l'infini de fonctions du type $f(x) = x^n e^{cx}$ • donner des exemples de croissance exponentielle et reconnaître les différences entre les croissances exponentielle et linéaire
<p>LOGARITHME NEPERIEN ET FONCTIONS LOGARITHMES</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Logarithme népérien • Définition • Propriétés (dérivabilité et dérivée, primitive, variations, convexité, ensemble image, limites pour $x \rightarrow +\infty$ et $x \rightarrow 0^+$, représentation graphique) • Propriétés fonctionnelles ➤ Fonctions composées • Produits, quotients et composées de la fonction \ln avec des fonctions polynômes • Comportement de fonctions du type $x^n \ln(x)$ pour $x \rightarrow +\infty$ ou $x \rightarrow 0^+$ et $n \in \mathbb{N}$. ➤ Fonctions primitives de $f(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$ (intégration logarithmique) 	<p>Les élèves savent :</p> <ul style="list-style-type: none"> • formuler la définition de la fonction logarithme népérien ainsi que ses caractéristiques usuelles : $\ln(x_1 x_2) = \ln(x_1) + \ln(x_2)$$\ln(x^r) = r \ln(x)$ • étudier des fonctions composées de la fonction logarithme népérien et de fonctions polynômes • déterminer le comportement des fonctions du type $f(x) = x^n \ln(x)$ pour $x \rightarrow +\infty$ ou $x \rightarrow 0^+$
<p>Indications :</p> <ul style="list-style-type: none"> • De façon générale, on se limitera au degré 2 pour le dénominateur des fonctions rationnelles et on renoncera à l'étude de fonctions à paramètres. • On déterminera les points d'inflexion uniquement par l'étude du signe de la dérivée seconde • Les justifications du type „les fonctions exponentielles croissent plus rapidement que els fonctions puissances“ suffisent à déterminer des limites. On n'attend pas une justification formelle des théorèmes sur les limites. • Il suffira de faire une description qualitative du comportement de la fonction logarithme par rapport à la fonction puissance. • On n'étudiera que des cas simples de fonctions composées. • La fonction \ln peut être introduite comme la fonction réciproque de la fonction exponentielle de base e ou comme étant la 	

Inhalt	Contenus	Capacités attendues Erwartete Fähigkeiten
fonction telle que : $\ln x = \int_1^x \frac{1}{t} dt$ (à supposer que le calcul intégral ait déjà été abordé)		
2. 3 CALCUL INTÉGRAL		
<p>➤ Calcul intégral et primitives</p> <ul style="list-style-type: none"> • Introduction des intégrales • Propriétés de l'intégrale (relation de Chasles, linéarité) • Règles d'intégrations (linéarité) • L'intégrale définie sur un intervalle borné • Primitives • Théorème fondamental du calcul différentiel et intégral • Applications du calcul intégral aux calculs d'aires 	<p>Les élèves savent :</p> <ul style="list-style-type: none"> • la signification et les propriétés de l'intégrale • expliquer la notion de primitive et donner une primitive d'une fonction donnée • justifier qu'une fonction admet plusieurs primitives, égales à une constante additive près • calculer une intégrale sur un intervalle borné à l'aide de la formule : $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$, où $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$ • utiliser le calcul intégral pour déterminer des aires 	
<p>Indication : La démonstration détaillée du théorème fondamental n'est pas attendue</p>		
2. 4 GEOMETRIE VECTORIELLE - FONDEMENTS		
<p>Vecteurs</p> <ul style="list-style-type: none"> • Calcul vectoriel dans l'espace • Repère cartésien dans l'espace • Coplanarité 	<p>Les élèves savent :</p> <ul style="list-style-type: none"> • étendre la notion à l'espace de calcul vectoriel dans le plan • représenter des points et des vecteurs dans un repère cartésien • savent démontrer par le calcul la coplanarité de trois vecteurs, le cas échéant en résolvant un système d'équations linéaires 	
<p>Produit scalaire dans le plan et dans l'espace</p> <ul style="list-style-type: none"> • Définition • Propriétés • Règles de calcul 	<p>Les élèves savent :</p> <ul style="list-style-type: none"> • utiliser les différentes l'expression analytique et l'expression à l'aide de l'angle entre les deux vecteurs du produit scalaire • passer de l'une à l'autre • utiliser les règles de calcul pour le produit scalaire 	
<p>Utilisation du produit scalaire</p> <ul style="list-style-type: none"> • Calculs de mesures d'angles • Calculs de longueurs 	<p>Les élèves savent :</p> <ul style="list-style-type: none"> • calculer des mesures d'angles et des longueurs simples à l'aide du produit scalaire • démontrer l'orthogonalité de deux vecteurs à l'aide du produit scalaire 	

Inhalt	Contenus	Capacités attendues Erwartete Fähigkeiten
Produit vectoriel	Les élèves savent <ul style="list-style-type: none"> à l'aide du produit vectoriel, déterminer les coordonnées d'un vecteur normal à deux vecteurs donnés. 	
Indication : Le produit vectoriel servira uniquement à simplifier certains calculs		
2. 5 GEOMETRIE VECTORIELLE – OBJETS DU PLAN ET DE L'ESPACE		
Le cercle dans le plan <ul style="list-style-type: none"> Définition Equation cartésienne d'un cercle Caractérisation vectorielle d'un cercle 	Les élèves savent : <ul style="list-style-type: none"> passer d'une forme à l'autre. 	
Droites dans l'espace <ul style="list-style-type: none"> Représentation d'une droite de l'espace : <ul style="list-style-type: none"> À partir de deux points Représentation paramétrique à l'aide d'un point et d'un vecteur Position relative de deux droites 	Les élèves savent : <ul style="list-style-type: none"> établir une représentation paramétrique de droite et justifier qu'une telle représentation n'est pas unique. déterminer par le calcul la position relative de deux droites 	
Plans dans l'espace <ul style="list-style-type: none"> Représentation d'un plan de l'espace : <ul style="list-style-type: none"> À partir de trois points Représentation paramétrique à partir d'un point et de deux vecteurs non colinéaires Equation cartésienne <ul style="list-style-type: none"> À partir d'un point et d'un vecteur normal À partir d'une représentation paramétrique 	Les élèves savent : <ul style="list-style-type: none"> établir une équation de plan et s'en servir dans différents contextes. déterminer une équation cartésienne d'un plan à partir d'une représentation paramétrique et inversement. 	
Positions relatives et angles entre deux objets <ul style="list-style-type: none"> position relative d'une droite et d'un plan position relative de deux plans Angle entre deux droites sécantes, entre deux plans 	Les élèves savent : <ul style="list-style-type: none"> décrire la position relative de droites et de plans ou la position relative de deux plans et la déterminer par le calcul calculer à l'aide du produit scalaire l'angle entre deux droites et entre deux plans. 	
Distances <ul style="list-style-type: none"> entre un point et un plan entre un point et une droite entre deux droites parallèles une droite et un plan qui lui est parallèle entre deux plans parallèles 	Les élèves savent : <ul style="list-style-type: none"> calculer ces différentes distances. 	
Indications : <ul style="list-style-type: none"> La représentation paramétrique du cercle n'est pas attendue 		
2. 6 PROBABILITES ET STATISTIQUES		
Notions fondamentales de probabilités <ul style="list-style-type: none"> Définitions importantes et notions fondamentales : <ul style="list-style-type: none"> Expérience aléatoire Issues d'une expérience aléatoire Fréquence d'une issue Loi des grands nombres (approche empirique) Evènement élémentaire 	Les élèves : <ul style="list-style-type: none"> utilisent les définitions fondamentales et les définitions avec aisance savent reconnaître une situation d'équiprobabilité ou une épreuve de Bernoulli 	

<p style="text-align: center;">Contenus</p> <p style="text-align: center;">Inhalt</p>	<p style="text-align: center;">Capacités attendues</p> <p style="text-align: center;">Erwartete Fähigkeiten</p>
<ul style="list-style-type: none"> - Événements • Expériences aléatoires simples <ul style="list-style-type: none"> - Situations d'équiprobabilité - Epreuve de Bernoulli 	
<p>Expériences aléatoires successives</p> <ul style="list-style-type: none"> • Règles de calculs <ul style="list-style-type: none"> - Principe multiplicatif - Somme de probabilités • Arbre de probabilité (complet ou tronqué) • Représentations d'expériences par un tableau à double entrée 	<p>Les élèves</p> <ul style="list-style-type: none"> • savent exprimer les issues sous forme de n-uplets lors d'une succession de n épreuves aléatoires • appliquent les règles de calcul (en utilisant ou non un arbre de probabilité ou un tableau) d'expériences aléatoires successives
<p>Dénombrements</p> <ul style="list-style-type: none"> • Règles de calcul, factorielle, arrangements, combinaisons • Modèle des urnes en tenant compte ou non de l'ordre <ul style="list-style-type: none"> - tirages aléatoires successifs avec remise - tirages aléatoires successifs sans remise - permutations de k objets, - tirages simultanés de k objets pris parmi n. 	<p>Les élèves</p> <ul style="list-style-type: none"> • maîtrisent les règles du calcul combinatoire.
<p>Conditionnement et indépendance</p> <ul style="list-style-type: none"> • Probabilités conditionnelles • Indépendance de deux événements <p>Formule des probabilités totales</p>	<p>Les élèves</p> <ul style="list-style-type: none"> • connaissent la notion de probabilité conditionnelle et savent utiliser avec aisance la notation $P_A(B)$ • représentent une situation à l'aide d'un arbre pondéré ou d'un tableau à double entrée • calculent la probabilité d'un événement avec la formule des probabilités totales sous la forme : $P(A) = P(B) \times P_B(A) + P(\bar{B}) \times P_{\bar{B}}(A)$
<p>Loi binomiale</p> <ul style="list-style-type: none"> • Schéma de Bernoulli, loi binomiale • Fonction de répartition • Espérance et variance d'une loi binomiale 	<p>Les élèves savent :</p> <ul style="list-style-type: none"> • grâce à un arbre des probabilités, donner la valeur des coefficients binomiaux $\binom{n}{k}$ en tant que nombre de chemins de l'arbre réalisant k succès pour n répétitions ; • calculer des probabilités à l'aide de la loi binomiale en utilisant la calculatrice graphique ou en s'aidant d'un tableau de valeurs • calculer et interpréter espérance et variance d'une loi binomiale.
<p>Approximation de la loi binomiale par la loi normale</p> <ul style="list-style-type: none"> • approximation normale d'une loi binomiale • calculs approchés de probabilités à l'aide de la loi normale centrée réduite 	<p>Les élèves savent :</p> <ul style="list-style-type: none"> • énoncer qu'une loi binomiale (avec $\sigma > 3$) peut être approchée par une loi normale • approcher une variable aléatoire binomiale X par $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ • calculer de manière approchée, à l'aide de la calculatrice et des tableaux de valeurs de la loi normale centrée réduite, des probabilités de la variable aléatoire approchée Z
<p>Tests d'hypothèse</p> <ul style="list-style-type: none"> • Hypothèse nulle • Hypothèse alternative • Règles de décisions • Risques d'erreur de première et de seconde 	<p>Les élèves</p> <ul style="list-style-type: none"> • utilisent la loi binomiale pour effectuer des tests d'hypothèses • forment à l'aide de tests, l'hypothèse nulle H_0 et l'hypothèse alternative H_1. Ils donnent les régions de rejet, énoncent les règles de prise de décision et déterminent les risques de première

<p style="text-align: center;">Inhalt</p>	<p style="text-align: center;">Contenus</p> <p style="text-align: center;">Capacités attendues Erwartete Fähigkeiten</p>
<p>espèce</p> <ul style="list-style-type: none"> • Probabilité d'erreur 	<p>et deuxième espèce.</p>
<p>Indications :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Il n'est pas prévu d'aborder la notion de probabilité de façon trop formelle. • En ce qui concerne le dénombrement, on veillera à se limiter à des situations qui impliquent des calculs combinatoires simples. • Le vocabulaire lié à la formule des probabilités totales n'est pas un attendu du programme, mais la mise en oeuvre de cette formule doit être maîtrisée. • On insistera sur l'utilisation de la loi normale dans des situations concrètes. Une étude théorique de la loi normale n'est pas exigée. 	

3 Opérateurs

Opérateur	Définition
Indiquer, nommer, citer	Donner des résultats sous forme de nombre ou de phrase, sans explications et sans indication de la méthode utilisée
Justifier	Confirmer ou infirmer une affirmation à l'aide d'un calcul, d'un raisonnement, d'une argumentation
Calculer, déterminer	À partir d'une équation ou d'une formule, obtenir des résultats en utilisant les règles de calculs
Décrire	Restituer une démarche, une situation, en utilisant les notions mathématiques appropriées
Démontrer, montrer	Valider une affirmation en utilisant des théorèmes connus, des raisonnements logiques, des équivalences, ou des critères mathématiques
Représenter	Traduire des objets mathématiques de manière rigoureuse ; reproduire graphiquement avec précision, en grandeur réelle ou à une échelle donnée, une courbe ou un objet géométrique dont on connaît un certain nombre de points
Expliquer, interpréter	Traduire des situations, des phénomènes, des structures ou des résultats en proposant ou en adaptant un modèle mathématique pour résoudre le problème posé
Extraire	Utiliser des représentations données pour répondre à des questions ou poursuivre un raisonnement
Expliquer, commenter	En utilisant des prérequis, présenter et illustrer des situations de manière à les rendre compréhensibles
Utiliser	Étendre des notions théoriques, des règles, théorèmes, méthodes, à d'autres situations
Esquisser	Représenter graphiquement, de manière simple, les propriétés fondamentales d'un objet mathématique
Vérifier	Confirmer ou infirmer un état donné d'un problème ouvert, en utilisant des règles ou des propriétés mathématiques
Étudier	Mener une démarche logique en appliquant des critères précis à des situations, des problèmes, des interrogations
Comparer	Relever des ressemblances ou des différences
Attribuer	Créer une relation justifiée entre des objets ou des représentations