

2025

Lehrplan / Programme

DFG / LFA

Mathematik / Mathématiques

Vertiefungsfach / Spécialité

**Klassenstufen 11 und 12 /
Classes de 1ère et Terminale**

Inhaltsverzeichnis

1.	Leitgedanken	2
1.1.	Bildungsziele	2
1.2.	Zielsetzungen.....	2
1.3.	Methodische Herausforderungen	3
1.4.	Leistungsbewertung	4
2.	Fachliche Inhalte und Kompetenzen	6
2.1	Klassenstufe 11.....	6
2.2	Klassenstufe 12.....	14
3	Operatoren.....	21

1. Leitgedanken

1.1. Bildungsziele

Der Mathematikunterricht fördert maßgeblich die Persönlichkeitsentwicklung junger Menschen durch das Vermitteln von Methodenkompetenz, Sachwissen und inneren Haltungen und stärkt so die vernunftbetonte Selbstbestimmung. Hiermit leistet der Mathematikunterricht einen wesentlichen Beitrag zu einer vertieften Allgemeinbildung.

Schulische Mathematikkenntnisse sind somit wesentlicher Bestandteil der allgemeinen Studierfähigkeit und bilden die fachlichen Grundlagen für diejenigen jungen Menschen, die nach der Schule ein durch mathematische Denkweisen geprägtes Studium oder Berufsfeld wählen. Neben den mathematischen, naturwissenschaftlichen und technischen Fächern sind dies heute verstärkt auch Arbeitsgebiete im wirtschaftlichen und sozialwissenschaftlichen Bereich.

Die Fähigkeit, Zusammenhänge und ihre Gesetzmäßigkeiten zu erkennen und mit ihnen umzugehen, ist aber auch ein eigenständiger intellektueller Wert und stellt einen wichtigen Beitrag der Mathematik zu unserer Kultur dar. Die im Mathematikunterricht angebahnten Kompetenzen ermöglichen eine kritische Wertung von gesellschaftlichen Entwicklungen und leitet zu verantwortungsbewusstem Handeln an.

Einblicke in die verschiedenen länderspezifischen Lehrtraditionen tragen zu einem weiteren Ausbau deutsch-französischer interkultureller Kompetenzen bei.

1.2. Zielsetzungen

Ein allgemeinbildender Mathematikunterricht soll unter anderem

- den Schülerinnen und Schülern die Mathematik als anwendungsbezogene, alltagsrelevante sowie beweisende, deduzierende und experimentelle Wissenschaft näherbringen,
- Kreativität und Fantasie fördern,
- Schülerinnen und Schüler befähigen Zusammenhänge und ihre Gesetzmäßigkeiten zu erkennen und mit ihnen umzugehen,
- den Schülerinnen und Schülern die kulturelle, historische und philosophische Entwicklung der Mathematik aufzeigen,
- als Übungsfeld für Arbeitstechniken sowie Entwicklungsfeld von kognitiven Strategien dienen,
- Vernetzungen zwischen den einzelnen Teildisziplinen der Mathematik und mit anderen Wissenschaften verdeutlichen,
- zur allgemeinen Studierfähigkeit beitragen.

Daher ergeben sich für einen allgemeinbildenden Mathematikunterricht unter anderem die folgenden Ziele.

A- Kognitive und prozedurale Kompetenzen¹

Ganz allgemein sollen die Schülerinnen und Schüler fähig sein

- Situationen aus der Realität zu modellieren und vorliegende Modelle zu validieren oder zu verwerfen (Modellieren),
- Teilergebnisse zu finden und in Beziehung zu setzen, Beweise und Begründungen durchzuführen (Argumentieren und Beweisen),
- geeignete Hilfsmittel zur Problemlösung zu suchen, auszuwählen und einzusetzen – auch mithilfe von Softwaretools (Probleme lösen),
- sich über Mathematik, die Ergebnisse und Wege von Lösungen sowohl mündlich als auch schriftlich auszutauschen (Kommunizieren),

¹ Der vorliegende Lehrplan berücksichtigt die in den Bildungsstandards zur allgemeinen Hochschulreife für das Fach Mathematik formulierten prozessbezogenen, allgemein-mathematischen Kompetenzen, ohne eine explizite Kennzeichnung und Zuordnung zu diesen vorzunehmen.

- Informationen aus Darstellungen zu entnehmen und umgekehrt Ergebnisse geeignet darzustellen,
- mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umzugehen (berechnen, Techniken anwenden und umsetzen).

B- Digitale und technische Kompetenzen

Durch den Einsatz von digitalen Mathematikwerkzeugen wie grafikfähigem Taschenrechner (GTR), dynamischer Geometriesoftware, Tabellenkalkulationsprogrammen oder Künstlicher Intelligenz können Lehr- und Lernprozesse unterstützt, bereichert und neu strukturiert werden. Diese Medienkompetenz ist bei der Unterrichtsgestaltung immer mitzudenken, wird aber nicht immer im Lehrplan ausgewiesen.

C- Selbstmanagement-, Orientierungs- und Teamkompetenzen

Der Unterricht fördert das entdeckende Lernen. Die Ausbildung heuristischer Strategien beim Experimentieren und Probieren befähigt die Schülerinnen und Schüler, Beziehungen und Strukturen zu entdecken und sie zu analysieren.

Er versetzt die Schülerinnen und Schüler in die Lage, aus einer Menge von Informationen die für eine anstehende Aufgabe wesentlichen Informationen herauszufiltern.

Der Unterricht leitet die Schülerinnen und Schüler sowohl zum selbstständigen als auch zum kooperativen Lernen an. Er trägt zur Entwicklung von Selbstbewusstsein und Selbstdisziplin, von Leistungsbereitschaft und Konzentrationsfähigkeit bei.

D- Bürgerliche und demokratische Kompetenzen

Der Unterricht stärkt und erweitert das Kommunikationsvermögen. Mathematische Sachverhalte werden mündlich und schriftlich dargestellt oder graphisch veranschaulicht. Das Übersetzen zwischen verschiedenen Darstellungsformen, das Formalisieren und das algorithmische und kalkülhafte Arbeiten sind spezifische Formen des mathematischen Ausdrucks. Die Beherrschung der Fachsprache öffnet den Zugang zu vielen Disziplinen, insbesondere den naturwissenschaftlichen, technischen und wirtschaftswissenschaftlichen Fächern.

Der Unterricht erzieht zu begrifflicher Präzision; er vermittelt die Fähigkeit, Aussagen exakt zu formulieren und logische Schlussfolgerungen zu ziehen. Er fördert die Bereitschaft und die Kompetenz zum Argumentieren und Kritisieren. Er verwendet verschiedene Stufen des Argumentierens, vom beispielgebundenen Verdeutlichen bis zum formalen Beweisen.

Der Unterricht gibt exemplarisch Einblicke in die historische Genese der Mathematik und ihre Bedeutung für die Entwicklung unserer Gesellschaft.

E- Deutsch-französische, europäische und internationale Kompetenzen

Der vollständig integrierte Unterricht in den Klassenstufen 10 bis 12 an den Deutsch-Französischen Gymnasien bedeutet für einen Teil der Schülerinnen und Schüler in nichtsprachlichen Fächern immer, dass die Partnersprache als Unterrichtssprache genutzt wird. „Der Einsatz der Fremdsprachen als Arbeitssprachen intensiviert fachliches und sprachliches Lernen und dient der Vorbereitung auf die zunehmende Internationalisierung in Ausbildung, Studium und Berufsleben.“² In diesem Sinne wird durch die Bewusstmachung zum einen sprachlicher Prozesse und zum anderen je nach Lehrtradition unterschiedlicher Herangehensweisen an fachliche Fragestellungen das Verständnis für die Partnerkultur befördert.

1.3. Methodische Herausforderungen

Nachhaltige und dauerhafte Lernerfolge setzen eine sorgfältige Auswahl und Variation methodischer Vorgehensweisen voraus. Zu beachten ist insbesondere:

- Der Unterricht trägt zum Aufbau angemessener Grundvorstellungen zu wesentlichen fachlichen Inhalten und Strategien bei.

² „Empfehlungen der Kultusministerkonferenz zur Stärkung der Fremdsprachenkompetenz“ Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 08.12.2011;
http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2011/2011_12_08-Fremdsprachenkompetenz.pdf

- Der Unterricht widmet dem Vernetzen der Inhalte und dem Herstellen von Querbezügen auch zu anderen Fächern besondere Aufmerksamkeit und ermöglicht so Phasen des systematischen Wiederholens.
- Im Unterricht kann der Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge und Medien den Zugang zu mathematischen Inhalten erleichtern.
- Der Unterricht befasst sich verstärkt mit Aufgabenstellungen oder Lernumgebungen, die einem situativen Kontext entspringen, wobei auch ergebnisoffene Formulierungen gewählt werden.

In weiten Teilen des Alltagslebens und in nahezu allen Bereichen des Berufslebens, in denen höher qualifizierte Tätigkeiten ausgeübt werden, ist es von Bedeutung, quantitative Zusammenhänge und abstrakte Strukturen zu erfassen und weiter zu bearbeiten. Dabei kommen verstärkt heuristische Vorgehensweisen, Problemlösestrategien und Verfahren zum Tragen, die weit über die elementaren Rechentechniken hinausgehen. Gerade der Einsatz von digitalen Mathematikwerkzeugen wie grafikfähige Taschenrechner (GTR), dynamische Geometriesoftware, Tabellenkalkulationsprogramme oder Künstlicher Intelligenz macht es häufig nötig, die zu Grunde liegenden mathematischen Methoden zu verstehen, da es nur so gelingen kann, Möglichkeiten und Grenzen dieser Hilfsmittel zu beurteilen und sie sinnvoll einzusetzen. Dies beinhaltet die kritische Auseinandersetzung insbesondere mit Ergebnissen, die mittels Künstlicher Intelligenz erhalten wurden.

Es erscheint sinnvoll, verschiedene Inhalte und Kompetenzen zu vernetzen und in anderen Zusammenhängen immer wieder aufzugreifen, sodass ein spiralförmiges vertiefendes Lernen möglich wird.

Zusätzlich muss speziell in Klassenstufe 10 genügend Zeit für die Zusammenführung der deutsch-französischen Schülerschaft gegeben werden. Hier werden unterschiedliche Herangehens-, Sprech- und Schreibweisen thematisiert, Grundlagen werden angeglichen und gefestigt. Die Zusammenführung kann zu Beginn von Klasse 10 in einem größeren Block erfolgen.

1.4. Leistungsbewertung

Die Leistungsbewertung erfolgt zum einen im Rahmen einer lernprozessbezogenen Leistungsbewertung unter Einbezug der Leistungen aus dem Unterricht.

Zum anderen dienen schriftliche Arbeiten der Beurteilung von und Rückmeldung zu im Unterricht erworbenen Kompetenzen bezüglich im Unterricht behandelter Themen und Lerngegenstände. Als Orientierung für die Konstruktion von Aufgaben dient die Beschreibung von Anforderungsbereichen. Mit ihrer Hilfe und nach Maßgabe des Lehrplans sollen Aufgaben zur Leistungsmessung formuliert werden. Dabei muss es Ziel der Leistungsmessung sein, das Leistungsvermögen der Prüflinge möglichst differenziert zu erfassen.

Die Berücksichtigung von **Anforderungsbereichen** trägt wesentlich dazu bei, ein ausgewogenes Verhältnis der Anforderungen zu erreichen, die Vergleichbarkeit von Aufgaben zu erhöhen sowie die Bewertung von Leistungen transparent zu machen. Im vorliegenden Lehrplan wird auf eine explizite Ausweisung von Anforderungsbereichen in den einzelnen Themenfeldern verzichtet.

Der **Anforderungsbereich I (Reproduzieren)** umfasst in der Regel Aufgabenstellungen mit geringerem Komplexitätsgrad wie

- die Wiedergabe von Daten, Fakten, Regeln, Formeln, Sätzen usw. aus einem abgegrenzten Gebiet im gelernten Zusammenhang,
- die Beschreibung und Verwendung gelernter und geübter Arbeitstechniken und Verfahrensweisen in einem begrenzten Gebiet und in einem wiederholenden Zusammenhang.

Der **Anforderungsbereich II (Zusammenhänge herstellen)** umfasst in der Regel Aufgabenstellungen mit mittlerem Komplexitätsgrad wie

- das selbstständige Auswählen, Anordnen und Darstellen bekannter Sachverhalte unter vorgegebenen Gesichtspunkten in einem durch Üben bekannten Zusammenhang und ähnlich zu Vorgehensweisen im Unterricht,

- das selbstständige Übertragen des Gelernten auf vergleichbare neue Situationen, wobei es entweder um veränderte Fragestellungen oder um veränderte Sachzusammenhänge oder um abgewandelte Verfahrensweisen geht.

Der **Anforderungsbereich III (Verallgemeinern und Reflektieren)** umfasst in der Regel Aufgabenstellungen mit höherem Komplexitätsgrad wie

- das planmäßige und kreative Bearbeiten komplexer Problemstellungen mit dem Ziel, selbstständig zu Lösungen, Deutungen, Wertungen und Folgerungen zu gelangen,
- das bewusste und selbstständige Auswählen und Anpassen geeigneter gelernter Arbeitstechniken und Verfahren zur Bewältigung neuer Problemstellungen.

2. Fachliche Inhalte und Kompetenzen

Der Lehrplan ist nach einzelnen Lernbereichen gegliedert. In zwei Spalten werden jeweils der verbindliche Inhalt und die verbindlichen zu erwartenden Kompetenzen aufgeführt. Die Zuordnung der erwarteten Kompetenzen zu den Inhalten schließt nicht aus, dass weitere Fähigkeiten von den Schülerinnen und Schülern erworben werden können.

Die Reihenfolge der einzelnen Themen ist innerhalb der angegebenen Klassenstufe nur insoweit verbindlich, wie es sachlogisch geboten erscheint. Darüber hinaus nimmt sie aber die didaktisch-metho- dischen Entscheidungen der Lehrkraft bzw. der Fachkonferenzen Mathematik nicht vorweg.

2.1 Klassenstufe 11

2.1.1 Folgen

Verbindlicher Inhalt	Verbindliche Kompetenzen
Allgemeines zu Folgen • Definition einer Folge • Indexschreibweise • Bildungsgesetze von Folgen - explizit - rekursiv - Beschreibung einer Folge in Wort- form • graphische Darstellung einer Folge • Monotonie einer Folge - konstante Folgen - wachsende Folgen - fallende Folgen	Die Schülerinnen und Schüler • modellieren konkrete Situationen mit Hilfe von Fol- gen und untersuchen diese, • stellen Folgen graphisch dar und ziehen hieraus Schlüsse auf Eigenschaften der Folge, • untersuchen das Monotonieverhalten einer Folge.
Das Prinzip der vollständigen Induktion	Die Schülerinnen und Schüler • erläutern die Beweismethode der vollständigen In- duktion, • beweisen geeignete Sätze mithilfe der vollständigen Induktion (z. B. Formel für die Summe der ersten n natürlichen Zahlen bzw. Quadratzahlen, Nachweis arithmetischer Eigenschaften wie „4 ist ein Teiler von $5^n - 1$“).
Arithmetische Folgen • Definition • graphische Darstellung • explizite und rekursive Bildungsge- setze • Partialsumme • Grenzwert	Die Schülerinnen und Schüler • geben die Definition einer arithmetischen Folge an, • stellen arithmetische Folgen graphisch dar, • wandeln die rekursive Darstellung in die explizite um und umgekehrt, • berechnen die Partialsumme arithmetischer Folgen.

Geometrische Folgen • Definition • graphische Darstellung • explizite und rekursive Bildungsgesetze • Partialsumme • Grenzwert, Konvergenzkriterium	Die Schülerinnen und Schüler • geben die Definition einer geometrischen Folge an, • stellen geometrische Folgen graphisch dar, • wandeln die rekursive Darstellung in die explizite um und umgekehrt, • berechnen die Partialsumme geometrischer Folgen, • formulieren das Konvergenzkriterium einer geometrischen Folge ($-1 < q < 1$) und wenden es an.
--	--

Hinweis

- Bei der Formulierung des Konvergenzkriteriums soll lediglich eine intuitive Betrachtung des Grenzwertbegriffs stattfinden.

2.1.2 Analysis – Fortführung von Funktionen

Verbindlicher Inhalt	Verbindliche Kompetenzen
Verkettung von Funktionen • Verkettung von Funktionen - innere Funktion, äußere Funktion	Die Schülerinnen und Schüler • geben bei einer Verkettung von Funktionen die innere und die äußere Funktion an, • bilden zu zwei vorgegebenen Funktionen deren Verkettungen.
Umkehrfunktionen • Umkehrfunktion, Schreibweise $f^{-1}(x)$ • Symmetrie der Graphen von Funktion und Umkehrfunktion	Die Schülerinnen und Schüler • entscheiden begründet, ob eine Funktion umkehrbar ist, • stellen zu einer umkehrbaren Funktion eine Gleichung der zugehörigen Umkehrfunktion auf, • zeichnen den Graphen der Umkehrfunktion durch Spiegelung des Graphen der Funktion an der ersten Winkelhalbierenden, • leiten aus der Symmetrie der Funktionsgraphen Eigenschaften der Umkehrfunktion her.
Grenzwerte • Vergleichssätze, Einschnürungssatz • Asymptoten - waagerechte - senkrechte - schiefe	Die Schülerinnen und Schüler • bestimmen Grenzwerte von Summen, Produkten, Quotienten und Verkettungen grundlegender Funktionen, • ermitteln Grenzwerte mithilfe von Vergleichssätzen, • bestimmen Gleichungen der Asymptoten von Graphen gebrochener rationaler Funktionen, • weisen nach, dass eine gegebene Gerade Asymptote des Graphen einer vorgegebenen Funktion ist.

Weitere Ableitungsregeln • <u>Produktregel</u> • Quotientenregel • <u>Kettenregel</u> • <u>Höhere Ableitungen</u>	Die Schülerinnen und Schüler • begründen die Differenzierbarkeit eines <u>Produkts, eines</u> Quotienten bzw. einer Verkettung zweier Funktionen, • <u>bestimmen höhere Ableitungen,</u> • bestimmen Ableitungen zusammengesetzter Funktionen mit Hilfe der Ableitungsregeln.
Krümmungsverhalten: • <u>Linkskrümmung/Rechtskrümmung</u> • <u>Wendestelle</u> • <u>Wendepunkte</u>	Die Schülerinnen und Schüler • <u>bestimmen graphisch und rechnerisch das Krümmungsverhalten sowie die Wendestellen bzw. Koordinaten der Wendepunkte eines Funktionsgraphen,</u> • <u>nutzen Krümmungsverhalten, Wendestellen und –punkte zur Untersuchung von Funktionsgraphen.</u>

Hinweise

- Der Begriff der Umkehrbarkeit kann zur Einführung der Logarithmusfunktionen (siehe 2.1.4) verwendet werden.
- Es ist eher an eine qualitative Anwendung des Grenzwertbegriffs gedacht. Beweise sollen daher nicht den Mittelpunkt der Untersuchungen bilden. Die Begriffe und Sätze sind eher an Beispielen zu verdeutlichen.
- Die Behandlung des Lernbereichs „Grenzwerte“ kann auch im Zusammenhang mit dem Lernbereich „Gebrochen rationale Funktionen“ (siehe 2.1.4) erfolgen.
- Die zweite Ableitung wird formal durch Anwendung der Ableitungsregeln auf die erste Ableitung erhalten. Die geometrische Bedeutung der zweiten Ableitung wird erst bei der Untersuchung des Krümmungsverhaltens von Graphen thematisiert.
- Wendepunkte werden lediglich durch die Vorzeichenuntersuchung der zweiten Ableitung bestimmt.
- Beim Ableiten gebrochen rationaler Funktionen sollen im Zähler und Nenner maximal Funktionen 3. Grades stehen.

2.1.3 Trigonometrie

Inhalt	Verbindliche Kompetenzen
Grundlagen der Trigonometrie • Einheitskreis - orientiertes Winkelmaß - Sinus und Kosinus am Einheitskreis • Bogenmaß - Einheit Radiant (1 rad) - Bogenlänge - Hauptwert • trigonometrischer Pythagoras	Die Schülerinnen und Schüler • zeichnen den zu einem Winkel α zugehörigen Punkt P auf dem Einheitskreis und geben $\sin(\alpha)$ und $\cos(\alpha)$ als entsprechende y- und x-Koordinaten des Punktes P an, • bestimmen am Einheitskreis Lösungen von Gleichungen vom Typ $\cos(x) = \cos(\alpha)$ und $\sin(x) = \sin(\alpha)$ und stellen die Lösungen am Einheitskreis dar,

• trigonometrische Gleichungen	• bestimmen zu einem Winkelmaß im Gradmaß das entsprechende Bogenmaß und den Hauptwert im Intervall $]-\pi; \pi]$, • geben das Bogenmaß besonderer Winkel als Bruchteile bzw. Vielfache von π an, • bestimmen zu Winkelmaßen x ($-x, \pi \pm x, \frac{\pi}{2} \pm x$) im Bogenmaß das entsprechende Gradmaß.
--	--

2.1.4 Analysis – weitere Funktionsklassen

Verbindlicher Inhalt	Verbindliche Kompetenzen
Trigonometrische Funktionen • Sinusfunktion mit $f(x) = \sin(x)$ und Kosinusfunktion mit $f(x) = \cos(x)$ - Definitionsmenge - Wertemenge - Periode - Nullstellen - Monotonieintervalle - Symmetrieeigenschaften (Punkt- bzw. Achsensymmetrie) - Graph - Ableitungen: $(\sin(x))' = \cos(x)$ $(\cos(x))' = -\sin(x)$ • Allgemeine trigonometrische Funktionen - $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d$ - $f(x) = a \cdot \cos(b \cdot x + c) + d$ mit $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $c, d \in \mathbb{R}$	Die Schülerinnen und Schüler • geben die Eigenschaften der Sinus- bzw. der Kosinusfunktion an und zeichnen ihre Graphen, • bestimmen zu einer Stelle x ($-x, \pi \pm x, \frac{\pi}{2} \pm x$) die entsprechenden Sinus- bzw. Kosinuswerte anhand der Graphen der trigonometrischen Funktionen, • nennen die besonderen Werte der Sinusfunktion bzw. der Kosinusfunktion für $0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \pi$, • beschreiben den Einfluss der Parameter a, b, c und d der allgemeinen Funktionsgleichung auf die Graphen von Sinus- bzw. Kosinusfunktion, • bestimmen zu vorgegebenen Funktionsgraphen die Werte der Parameter a, b, c und d, • beschreiben die Analogie zur Bedeutung der Parameter bei den quadratischen Funktionen, • berechnen Ableitungen von trigonometrischen Funktionen.
Gebrochen rationale Funktionen • Definitionsmenge • Stetigkeit und Differenzierbarkeit • Symmetrie (gerade bzw. ungerade Funktionen) • Grenzwerte • Asymptoten • Nullstellen • Monotonieintervalle • Extremstellen • Wendestellen • Graphen	Die Schülerinnen und Schüler • bestimmen die Definitionslücken einer gebrochen rationalen Funktion und die Grenzwerte an den Definitionslücken, • vereinfachen gegebenenfalls den Funktionsterm einer gebrochen rationalen Funktion durch Polynomdivision oder Faktorisieren, • untersuchen rechnerisch Eigenschaften gebrochen rationaler Funktionen und skizzieren ihre Graphen, • beschreiben den Zusammenhang zwischen den Graphen der Funktionen $f(x) = \frac{a}{x-b} + c$ und $g(x) = \frac{1}{x}$ bzw. $f(x) = \frac{a}{(x-b)^2} + c$ und $g(x) = \frac{1}{x^2}$.
Exponentialfunktionen • allgemeine Exponentialfunktionen mit Basis b - Definitionsmenge - Wertemenge - Monotonie	Die Schülerinnen und Schüler • geben Eigenschaften der Exponentialfunktionen an und skizzieren ihre Graphen, • geben an, dass e die Basis derjenigen Exponentialfunktion mit $f'(0) = 1$ ist,

- Grenzwerte - Graph - Differenzierbarkeit von Funktionen mit $f(x) = b^x$ • natürliche Exponentialfunktion mit Basis e (e-Funktion) - Definition der Eulerschen Zahl e - Definition der e-Funktion mit $f(x) = e^x$ - Eigenschaften der e-Funktion (Ableitung, Monotonie, Krümmung, Grenzwerte, Asymptoten, Graph) • zusammengesetzte Funktionen - Produkte, Quotienten und einfache Verkettungen der e-Funktion mit ganzrationalen Funktionen - Verhalten von Funktionen mit $f(x) = x^n \cdot e^{cx}$ für $x \rightarrow +\infty$ und für $x \rightarrow -\infty$, $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, n \in \mathbb{N}$ • exponentielles Wachstum - charakteristische Merkmale - konstanter Quotient $\frac{f(x+1)}{f(x)}$ - Grenzwertverhalten - Modellieren von Wachstumsprozessen • Differentialgleichungen der Form $y' = ay$ und $y' = ay + b$	• untersuchen Exponentialfunktionen sowie aus der e-Funktion und ganzrationalen Funktionen zusammengesetzte Funktionen, • bestimmen das Verhalten von Funktionen der Form $f(x) = x^n \cdot e^{cx}$ für $x \rightarrow +\infty$ bzw. für $x \rightarrow -\infty$, • geben Beispiele für exponentielles Wachstum an, • nennen Unterschiede zwischen exponentiellem und linearem Wachstum, • modellieren exponentielle Wachstums- und Zerfallsprozesse und beurteilen die Validität ihres Modells, • lösen Differentialgleichungen der Form $y' = ay$ und $y' = ay + b$.
Logarithmusfunktion • Logarithmusbegriff - Definition - Eigenschaften - Logarithmengesetze • natürliche Logarithmus-Funktion (ln-Funktion) - Definition - Eigenschaften (Differenzierbarkeit und Ableitung, Stammfunktionen, Monotonie, Krümmung, Wertemenge, Verhalten für $x \rightarrow +\infty$ bzw. $x \rightarrow 0^+$, Graph) - Funktionaleigenschaften	Die Schülerinnen und Schüler • erläutern den Begriff des Logarithmus und nennen $\log_b(x)$ als Lösung von $b^y = x$, • formulieren grundlegende Eigenschaften und die Logarithmengesetze sowie deren Folgerungen und wenden sie an, • kennen den folgenden Zusammenhang und wenden ihn zur Berechnung allgemeiner Logarithmen an: $\log_b(x) = \frac{\log_c(x)}{\log_c(b)} = \frac{\ln(x)}{\ln(b)},$ • formulieren die Definition der ln-Funktion sowie ihre Eigenschaften und die grundlegenden Funktionaleigenschaften $\ln(x_1 \cdot x_2) = \ln(x_1) + \ln(x_2)$ $\ln(x^r) = r \cdot \ln(x),$

• zusammengesetzte Funktionen - Produkte, Quotienten und Verkettungen der In-Funktion mit ganzrationalen Funktionen - Verhalten von Funktionen mit $f(x) = x^n \cdot \ln(x)$ für $x \rightarrow +\infty$ bzw. $x \rightarrow 0^+$; $n \in \mathbb{N}$ • Stammfunktionen zu $f(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$ (logarithmisches Integrieren)	• erkennen den folgenden Zusammenhang: $b^x = e^{x \cdot \ln(b)}$ • geben an, dass die In-Funktion diejenige Stammfunktion von $x \rightarrow \frac{1}{x}$ ist, die den Funktionswert 0 an der Stelle 1 besitzt: $\ln(x) := \int_1^x \frac{1}{t} dt,$ • untersuchen aus der In- Funktion und ganzrationalen Funktionen zusammengesetzte Funktionen, • bestimmen das Verhalten von Funktionen der Form $f(x) = x^n \cdot \ln(x)$ für $x \rightarrow +\infty$ bzw. $x \rightarrow 0^+$, • bestimmen Stammfunktionen zu Funktionstermen der Form $f(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$.
--	---

Hinweise

- Allgemein sollen bei den gebrochen rationalen Funktionen keine zu komplizierten Nennerfunktionen verwendet werden (Beschränkung bis zum Grad 2).
- Wendepunkte werden lediglich durch die Vorzeichenuntersuchung der zweiten Ableitung bestimmt.
- Funktionenscharen sollen das Gebiet abrunden, allerdings nicht im Mittelpunkt der Untersuchung stehen.
- Die Bestimmung von Gleichungen schiefer Asymptoten kann mittels Polynomdivision erfolgen.
- Begründungen wie „Exponentialfunktionen wachsen stärker als Potenzfunktionen“ reichen zur Bestimmung des Grenzwertverhaltens an den Rändern der Definitionsmenge aus. Eine formale Begründung der Grenzwertsätze wird nicht erwartet.
- Die In-Funktion kann als Umkehrfunktion der e-Funktion eingeführt werden. Alternativ ist eine Einführung als $\ln(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt$ möglich – sofern die Integralrechnung schon eingeführt wurde.
- Ohne Beschränkung der Allgemeinheit soll sich bei der Behandlung des allgemeinen Logarithmus auf Basen $b > 1$ beschränkt werden.

2.1.5 Analysis – Integralrechnung

Verbindlicher Inhalt	Verbindliche Kompetenzen
Integral und Stammfunktion • Flächeninhalt krummlinig begrenzter Flächen • Einführung des Integrals • Eigenschaften des Integrals (Linearität, Intervalladditivität) • Integrationsregeln • bestimmtes Integral • Stammfunktionen • Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung	Die Schülerinnen und Schüler • erläutern Methoden der näherungsweisen Bestimmung von Flächeninhalten (z. B. mithilfe ein- und umbeschriebener Rechtecke) • bestimmen näherungsweise Inhalte von krummlinig begrenzten Flächen, • geben die Bedeutung sowie die Eigenschaften des Integrals an, • erläutern den Begriff Stammfunktion und geben zu einer vorgegebenen Funktion eine Stammfunktion an,

• Anwendungen des Integrals bei Flächenberechnungen: - Fläche zwischen dem Graph einer Funktion und der x-Achse - Fläche zwischen zwei Funktionsgraphen • Partielle Integration	• begründen, dass es zu einer Funktion mehrere Stammfunktionen gibt, die sich durch additive Konstanten unterscheiden, • berechnen bestimmte Integrale mit Hilfe der Formel $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$, ($a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$), • ermitteln Inhalte von krummlinig begrenzten Flächen mithilfe der Integralrechnung, • lösen anwendungsorientierte Probleme mithilfe der Integralrechnung, • berechnen Integrale mithilfe der partiellen Integration.
---	--

2.2 Klassenstufe 12

2.2.1 Vektorielle Geometrie – Grundlagen³

Verbindlicher Inhalt	Verbindliche Kompetenzen
Vektoren - Vektorrechnung im Raum - kartesisches Koordinatensystem im Raum	Die Schülerinnen und Schüler - stellen Punkte und Repräsentanten von Vektoren in einem kartesischen Koordinatensystem dar, - übertragen die für Vektoren in der Ebene bekannte Begriffsbildungen und geltenden Rechenregeln auf Vektoren im Raum.
Kollinearität und Komplanarität lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren im Raum	Die Schülerinnen und Schüler - veranschaulichen die Kollinearität zweier Vektoren bzw. die Komplanarität dreier Vektoren geometrisch, - überprüfen rechnerisch, ob zwei Vektoren kollinear bzw. drei Vektoren komplanar sind.
Das Skalarprodukt in der Ebene und im Raum - Definition - Eigenschaften - Winkel zwischen zwei Vektoren - Rechenregeln - Betrag eines Vektors - Orthogonalität zweier Vektoren - Anwendungen des Skalarprodukts: - Berechnung von Winkelmaßen - Berechnung von Streckenlängen	Die Schülerinnen und Schüler - berechnen Skalarprodukte, - wenden die Rechenregeln für das Skalarprodukt an, - geben den Zusammenhang zwischen dem Skalarprodukt und dem Betrag eines Vektors an, - berechnen Beträge von Vektoren, - überprüfen die Orthogonalität zweier Vektoren mithilfe des Skalarprodukts, - beweisen geeignete geometrische Sätze mithilfe des Skalarprodukts (z. B. Satz des Thales, Satz des Pythagoras, Höhensatz), - berechnen mit Hilfe des Skalarproduktes Maße von Winkeln und Längen von Strecken.
Das Vektorprodukt - Definition - Eigenschaften - Rechengesetze: $\vec{u} \times \vec{v} = -\vec{v} \times \vec{u}$ $\vec{u} \times (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \times \vec{v} + \vec{u} \times \vec{w}$ - Anwendung des Vektorprodukts - Bestimmung des Flächeninhalts eines Parallelogramms und eines Dreiecks	Die Schülerinnen und Schüler - nennen die Definition und Eigenschaften des Vektorprodukts, - bestimmen mit Hilfe des Vektorprodukts einen Vektor, der orthogonal zu zwei gegebenen Vektoren ist, - berechnen mit Hilfe des Vektorproduktes den Flächeninhalt eines Parallelogramms und eines Dreiecks, - bestimmen einen Normalenvektor einer Ebene.

³ Im Folgenden beziehen sich alle Vorgaben auf geometrische Objekte in kartesischen Koordinatensystemen.

- Bestimmung eines Normalenvektors einer Ebene	
--	--

Fakultative Inhalte

Anwendungen des Skalarprodukts Additionstheoreme der Trigonometrie	<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> wenden die Formeln der Additionstheoreme an.
Anwendungen des Vektorprodukts Nachweis der Kollinearität von Vektoren	<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> überprüfen mithilfe des Vektorprodukts, ob zwei Vektoren kollinear sind.

Hinweise

- Alle Inhalte der Vektorrechnung werden algebraisch behandelt.

2.2.2 Vektorielle Geometrie – Objekte im Raum ⁴

Verbindlicher Inhalt	Verbindliche Kompetenzen
Geraden im Raum - Darstellungen von Geraden im Raum - Zweipunktgleichung - vektorielle Parametergleichung	<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> - stellen eine Parametergleichung einer Gerade auf und begründen, dass diese nicht eindeutig ist, - stellen Geraden in einem Koordinatensystem geeignet dar, - überprüfen rechnerisch, ob ein vorgegebener Punkt auf einer Geraden liegt.
Ebenen im Raum - Darstellungen von Ebenen im Raum - Dreipunktgleichung - vektorielle Parametergleichung mit zwei nicht kollinearen Spannvektoren - Normalengleichung - Koordinatengleichung	<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> - stellen Ebenengleichungen auf (auch in Sachkontexten), - stellen Ebenen in einem Koordinatensystem geeignet dar, - überprüfen rechnerisch, ob ein vorgegebener Punkt in einer Ebene liegt, - wandeln die verschiedenen Darstellungen von Ebenen ineinander um.
Lagebeziehungen und Schnittwinkel - Lagebeziehungen: - Gerade – Gerade - Gerade – Ebene - Ebene – Ebene	<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> beschreiben die möglichen Lagebeziehungen zwischen den vorgegebenen Objekten,

⁴ Im Folgenden beziehen sich alle Vorgaben auf geometrische Objekte in kartesischen Koordinatensystemen.

• Schnittwinkel zwischen - zwei Geraden - zwei Ebenen - einer Gerade und einer Ebene	• untersuchen rechnerisch die Lagebeziehungen zwischen den vorgegebenen Objekten, • bestimmen die Maße von Schnittwinkeln zwischen den vorgegebenen Objekten.
Abstände • Abstand eines Punktes von - einer Ebene - einer Gerade • Abstand - zweier paralleler Geraden - einer Geraden von einer zu ihr parallelen Ebene - zweier paralleler Ebenen	Die Schülerinnen und Schüler • berechnen Abstände zwischen den vorgegebenen Objekten.
Komplexe Anwendungen • Spiegelung eines Punkts an - einem Punkt - einer Ebene • Volumen von Quader und Pyramide	Die Schülerinnen und Schüler • berechnen die Koordinaten von Spiegelpunkten, • berechnen Volumen von Quader und Pyramiden, • weisen geometrische Eigenschaften nach (z. B. Quadrat, gleichschenkliges Dreieck, ...)

Fakultative Inhalte

Der Kreis • <i>Darstellungen von Kreisen:</i> - Koordinatengleichung - Vektorgleichung	<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • <i>wandeln eine Darstellungsform in die andere um.</i>
Die Kugel • <i>Darstellungen von Kugeln:</i> - Koordinatengleichung - Vektorgleichung • <i>Lagebeziehungen</i> - Kugel-Gerade - Kugel-Ebene - Kugel-Kugel	<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • <i>wandeln eine Darstellungsform in die andere um,</i> • <i>untersuchen rechnerisch die Lagebeziehungen,</i> • <i>bestimmen beim Schnitt zweier Kugeln eine Gleichung des Schnittkreises.</i>

Hinweise

- Die Untersuchung von Lagebeziehungen im Raum bietet die Möglichkeit, lineare Gleichungssysteme aufzustellen und zu lösen.
- Als Anwendung der Abstandsberechnungen bieten sich Spiegelungen von einem Punkt an einer Ebene oder an einer Geraden an.
- Parameterdarstellungen des Kreises sind nicht vorgesehen.

2.2.3 Statistik und Wahrscheinlichkeit

Verbindlicher Inhalt	Verbindliche Kompetenzen
Beschreibende Statistik Datenerhebung und -erfassung, Umgang mit Daten, Darstellungsformen, Diagramme absolute und relative Häufigkeiten Median, Quartile, Boxplot - arithmetischer Mittelwert - Streuumaße: - Varianz - Standardabweichung	Die Schülerinnen und Schüler erheben und erfassen Daten statistisch, ordnen diese an, stellen sie übersichtlich dar, analysieren und interpretieren sie, bestimmen absolute und relative Häufigkeiten berechnen zu vorgegebenen Datensätzen den Median und die Quartile und bewerten die Daten damit, - berechnen zu vorgegebenen Datensätzen den arithmetischen Mittelwert und die Standardabweichung und bewerten die Daten damit, - untersuchen eine Datenreihe und stellen Zusammenhänge zwischen zwei Datenreihen mithilfe eines digitalen Mathematikwerkzeugs dar.
Wahrscheinlichkeiten Zufallsexperiment Ergebnisse des Zufallsexperiments $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ Ergebnismenge Ω relative Häufigkeit eines Ergebnisses Empirisches Gesetz der großen Zahlen Ereignisse Elementarereignisse Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses die Ereignisse $A \cap B$; $A \cup B$; $\bar{A}$ Wahrscheinlichkeit für $A \cap B$; $A \cup B$; $\bar{A}$ Wahrscheinlichkeitsverteilung Vierfeldertafel Zufallsexperimente, bei denen alle Elementarereignisse gleichwahrscheinlich sind (Laplace-Experimente)	Die Schülerinnen und Schüler interpretieren den Begriff der Wahrscheinlichkeit im Zusammenhang mit gleichwahrscheinlichen Ergebnissen als stabilisierte relative Häufigkeit und lösen damit zusammenhängende Aufgaben und Probleme, geben Ergebnismengen von einfachen Zufallsexperimenten an und berechnen die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses (auch die des Gegenereignisses, des Und-Ereignisses, des Oder-Ereignisses), erstellen Vierfeldertafeln und bestimmen damit Wahrscheinlichkeiten, entscheiden begründet, ob Zufallsexperimente Laplace-Experimente sind und berechnen Laplace-Wahrscheinlichkeiten.
Mehrstufige Zufallsexperimente - Baumdiagramm - Pfadregeln - Multiplikationsregel - Additionsregel	Die Schülerinnen und Schüler - geben bei n-stufigen Zufallsexperimenten die Ergebnisse als n-Tupel an, - stellen mehrstufige Zufallsexperimente in Baumdiagrammen dar,

• Vereinfachtes Baumdiagramm	• berechnen mithilfe der Pfadregeln Wahrscheinlichkeiten bei n-stufigen Zufallsexperimenten.
Bedingte Wahrscheinlichkeit und Unabhängigkeit • bedingte Wahrscheinlichkeit • Unabhängigkeit zweier Ereignisse • Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit	Die Schülerinnen und Schüler • entnehmen Bedingungen aus Aufgabentexten und stellen bedingte Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Notation $P_A(B)$ dar, • stellen eine Situation mit bedingten Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe eines Baumdiagramms oder einer Vierfeldertafel dar, • berechnen die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit Hilfe des Satzes von der totalen Wahrscheinlichkeit in der Form $P(A) = P(B) \cdot P_B(A) + P(\bar{B}) \cdot P_{\bar{B}}(A)$.
Kombinatorik • Urnenmodelle mit und ohne Beachtung der Reihenfolge - Ziehen mit Zurücklegen - Ziehen ohne Zurücklegen - Permutationen von k Objekten - gleichzeitiges Ziehen von k aus n Objekten • Rechenregeln: n-Fakultät, k-Permutationen, Kombinationen	Die Schülerinnen und Schüler • wenden die Rechenregeln der Kombinatorik an und lösen damit Aufgaben in Sachkontexten.
Diskrete Zufallsgröße und Wahrscheinlichkeitsverteilung • Wahrscheinlichkeitsverteilung einer diskreten Zufallsgröße • Erwartungswert der Zufallsgröße - $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$ - $E(aX + b) = a \cdot E(X) + b$ • Varianz und Standardabweichung der Zufallsgröße - $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$, wenn X, Y unabhängig.	Die Schülerinnen und Schüler • bestimmen die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße und stellen sie in Form einer Tabelle oder eines Schaubildes dar, • interpretieren den Erwartungswert im Falle einer hohen Anzahl von Wiederholungen als arithmetisches Mittel (Häufigkeitsinterpretation des Erwartungswertes), • bestimmen den Erwartungswert, die Varianz und Standardabweichung einer Zufallsgröße mithilfe eines digitalen Mathematikwerkzeugs, • berechnen Erwartungswert und Varianz einer Zufallsgröße mithilfe der Formeln.
Binomialverteilung • Bernoulli-Experimente, Bernoulli-Ketten, Binomialverteilung • Verteilungsfunktion • Erwartungswert und Varianz einer Binomialverteilung	Die Schülerinnen und Schüler • entscheiden begründet, ob Zufallsgrößen mithilfe einer Binomialverteilung modelliert werden können,

	• erläutern anhand eines Baumdiagramms, dass die Binomialkoeffizienten die Anzahl der Pfade für k Treffer bei n Versuchen angeben, • berechnen Wahrscheinlichkeiten und kumulierte Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Binomialverteilung unter Verwendung eines digitalen Mathematikwerkzeugs, • berechnen und interpretieren den Erwartungswert und die Varianz einer binomialverteilten Zufallsgröße.
Stetige Zufallsgrößen und der Begriff der Dichtefunktion • Stetige Zufallsgrößen • Dichtefunktion • Zusammenhang zwischen Dichtefunktion auf einem Intervall und stetiger Verteilungsfunktion	Die Schülerinnen und Schüler • unterscheiden exemplarisch zwischen einer diskreten und einer stetigen Zufallsgröße, • geben die Definition einer Dichtefunktion an und überprüfen an ausgewählten Beispielen, ob eine Funktion eine Dichtefunktion ist.
Gauß-Funktion φ und Gaußsche Integralfunktion Φ • Normalverteilung $\Phi_{\mu,\sigma}$ mit Erwartungswert μ und Standardabweichung σ • Standardnormalverteilung - Dichtefunktion φ mit $\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2}$ • Näherungsformel von De Moivre-Laplace	Die Schülerinnen und Schüler • erläutern, dass man bei einem genügend großen Stichprobenumfang ein Histogramm durch einen stetigen Graphen annähern kann (exemplarisch durch die Gaußsche Glockenkurve bei binomialverteilten Zufallsgrößen), • geben die Funktionsgleichung der Dichtefunktion φ der Standardnormalverteilung an und stellen diese graphisch dar, • nennen die Funktionsgleichung und die Eigenschaften der zugehörigen Integralfunktion Φ und skizzieren ihren Graphen, • geben an, dass eine Zufallsgröße X der Normalverteilung $\Phi_{\mu,\sigma}$ genügt, wenn die Zufallsgröße $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ standardnormalverteilt ist, • berechnen Wahrscheinlichkeiten, denen eine Normalverteilung $\Phi_{\mu,\sigma}$ zugrunde liegt, mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen. berechnen Wahrscheinlichkeiten mit der Näherungsformel von De Moivre-Laplace.
Testen von Hypothesen • Nullhypothese • Alternativhypothese • Entscheidungsregeln • Fehler 1. und 2. Art • Irrtumswahrscheinlichkeit	Die Schülerinnen und Schüler • formulieren zu binomialverteilten Zufallsgrößen anhand vorgegebener Testanordnungen die Nullhypothese H_0 und die Alternativhypothese H_1, • ermitteln Entscheidungsregeln und geben den Fehler 1. und 2. Art an.

Fakultative Inhalte

Schluss von der Gesamtheit auf die Stichprobe 95%-Prognoseintervall: $\left[p - 1,96 \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}, p + 1,96 \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \right]$ $= \left[p - 1,96 \cdot \frac{\sigma}{n}; p + 1,96 \cdot \frac{\sigma}{n} \right]$ - Bedingungen für die Näherungen: $n \geq 30, np \geq 5$ und $n(1-p) \geq 5$	Die Schülerinnen und Schüler - konzipieren Simulationen konkreter Situationen, führen diese durch und erkunden bzw. werten sie mit Hilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen aus, - bestimmen 95%-Prognoseintervalle, - geben die Bedingungen für die Näherungen an, - bestimmen zu einem Zufallsexperiment unter Verwendung eines digitalen Mathematikwerkzeugs bei einem gegebenen Signifikanzniveau ein Prognoseintervall - entscheiden, ob eine relative Häufigkeit im Prognoseintervall liegt.
Schätzen von Parametern - Konfidenzintervalle - Stichprobenumfang - Sicherheitswahrscheinlichkeit	Die Schülerinnen und Schüler - geben Intervalle an, in denen die gegebene relative Häufigkeit mit einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95% liegt, - schätzen den Umfang der Stichprobe zu einer maximalen relativen Abweichung vom wirklichen Anteil bei einer gegebenen Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95% ab.

Hinweise

- Ein axiomatischer Wahrscheinlichkeitsbegriff ist nicht vorgesehen.
- In der Kombinatorik ist eine Einschränkung auf Situationen mit einfachen kombinatorischen Berechnungen zu beachten.
- Die mit dem Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit verbundene Begriffsbildung wird von den Schülerinnen und Schülern nicht erwartet, aber sie sollen sicher sein im Einsatz der Formel.
- Die Formeln für Erwartungswert und Varianz einer Zufallsgröße müssen nicht bewiesen werden.
- Auf eine Behandlung allgemeiner Dichtefunktionen auf einem nichtbeschränkten Intervall soll verzichtet werden.
- Im Zusammenhang mit der Standardnormalverteilung kann man beweisen, dass der Erwartungswert gleich 0 ist. Ein formaler Beweis dafür, dass die als $E((X - E(X))^2)$ definierte Varianz gleich 1 ist, wird nicht verlangt.
- Die Kenntnis des Funktionsterms der allgemeinen Dichtefunktion der Normalverteilung $\Phi_{\mu,\sigma}$ wird nicht verlangt.
- Beim Testen von Hypothesen sollen nur Anwendungen der Binomialverteilung betrachtet werden. Es soll aber darauf hingewiesen werden, dass auch Hypothesentests mit anderen Wahrscheinlichkeitsverteilungen existieren.

3 Operatoren

Operator	Definition
angeben, nennen	Ergebnisse numerisch oder verbal formulieren, ohne Darstellung des Lösungsweges und ohne Begründungen
begründen	eine Aussage, einen Sachverhalt durch Berechnung, nach gültigen Schlussregeln, durch Herleitung oder in inhaltlicher Argumentation verifizieren oder falsifizieren
berechnen	Ergebnisse von einem Ansatz oder einer Formel ausgehend durch Rechenoperationen gewinnen
bestimmen, ermitteln	Die Art des Vorgehens kann – sofern nicht durch einen Zusatz anders angegeben – frei gewählt werden (z. B. Anwenden rechnerischer oder grafischer Verfahren). Das Vorgehen ist darzustellen.
beschreiben	Einen Sachverhalt oder ein Verfahren in vollständigen Sätzen unter korrekter Verwendung der Fachsprache mit eigenen Worten wiedergeben. Eine Begründung für die Beschreibung ist nicht notwendig.
beurteilen	Das zu fällende Urteil ist zu begründen.
beweisen, zeigen	Aussagen unter Verwendung von bekannten mathematischen Sätzen, logischen Schlüssen und Äquivalenzumformungen und unter Beachtung formaler Kriterien verifizieren
deuten, interpretieren	Die Deutung bzw. Interpretation stellt einen Zusammenhang her z. B. zwischen einer grafischen Darstellung, einem Term oder dem Ergebnis einer Rechnung und einem vorgegebenen Sachzusammenhang.
entnehmen	aus vorgegebenen Darstellungen Daten zur Beantwortung von Fragen oder zur Weiterverarbeitung aufbereiten
entscheiden	Für die Entscheidung ist keine Begründung notwendig.
erläutern	Sachverhalte auf der Grundlage von Vorkenntnissen so darlegen und veranschaulichen, dass sie verständlich werden
graphisch darstellen, zeichnen	mathematische Objekte in einer fachlich üblichen oder in einer vorgeschriebenen Form wiedergeben, graphisch darstellen: Anfertigen einer zeichengenauen, graphischen Darstellung auf der Basis der genauen Wiedergabe wesentlicher Punkte bzw. maßgetreues oder maßstäbliches zeichnerisches Darstellen eines Objekts
skizzieren	Die Skizze ist so anzufertigen, dass sie das im betrachteten Zusammenhang Wesentliche graphisch beschreibt.
überprüfen	durch Anwendung mathematischer Regeln oder Kenntnisse in einer ergebnisoffenen Situation einen vorgegebenen Sachverhalt verifizieren oder falsifizieren
untersuchen	Sachverhalte, Probleme, Fragestellungen nach bestimmten, fachlich üblichen beziehungsweise sinnvollen Kriterien zielorientiert erkunden
vergleichen	Gemeinsamkeiten und Unterschiede herausarbeiten
verwenden, nutzen, umgehen mit	Fachbegriffe, Regeln, mathematische Sätze, Zusammenhänge oder Verfahren auf einen anderen Sachverhalt beziehen
zuordnen	einen begründeten Zusammenhang zwischen Objekten oder Darstellungen herstellen