

2025

Programme / Lehrplan

LFA / DFG

Mathématiques / Mathematik

Spécialité / Vertiefungsfach

**Classes de 1ère et Terminale /
Klassenstufen 11 und 12**

Table de matière

1	Idées directrices	2
1.1.	Finalités éducatives	2
1.2.	Objectifs	2
1.3.	Enjeux méthodologiques.....	3
1.4.	Évaluation.....	4
2	Contenus et compétences disciplinaires.....	6
2.1	Classe de première	6
2.2	Terminale.....	14 13
3	Verbes consignes.....	21 20

1 Idées directrices

1.1. Finalités éducatives

L'enseignement des mathématiques favorise de manière significative le développement personnel des jeunes en leur transmettant des compétences méthodologiques, des connaissances disciplinaires et des attitudes adaptées et renforce ainsi l'autodétermination fondée sur une pensée rationnelle. En cela, l'enseignement des mathématiques apporte une contribution majeure à une formation générale approfondie.

Les connaissances mathématiques acquises à l'école constituent donc une part importante de la capacité générale à étudier et la base disciplinaire pour les jeunes qui choisissent une poursuite d'études ou un domaine de carrière caractérisé par la pensée mathématique. Outre les mathématiques, les sciences et les disciplines technologiques, ces connaissances constituent désormais un enjeu croissant pour les sciences économiques et sociales.

Être capable d'opérer des transferts en se fondant sur des lois mathématiques et leur mobilisation constitue également une valeur intellectuelle en soi et représente une contribution importante des mathématiques à notre culture. Les compétences développées dans les cours de mathématiques permettent une évaluation critique des évolutions sociétales et encouragent une action responsable.

Un aperçu des différentes traditions pédagogiques spécifiques à chaque pays contribue au développement des compétences interculturelles franco-allemandes.

1.2. Objectifs

Un cours de mathématiques doit notamment

- initier les élèves aux mathématiques en tant que science appliquée, pertinente au quotidien ainsi que tournée vers la preuve, déduction et l'expérimentation ;
- promouvoir la créativité et l'imagination ;
- permettre aux élèves d'opérer des transferts en se fondant sur des lois mathématiques et leur mobilisation ;
- sensibiliser les élèves au développement culturel, historique et philosophique des mathématiques ;
- servir de terrain d'exercice aux techniques de travail et de terrain de développement des stratégies cognitives ;
- mettre en évidence les liens entre les différents champs des mathématiques et avec d'autres sciences ;
- contribuer à la capacité générale d'étudier.

Ainsi, pour les cours de mathématiques générales, se posent entre autres les enjeux suivants.

A- Compétences cognitives et procédurales¹

D'une manière générale, les élèves doivent être capables de

- modéliser des situations issues de la réalité et valider ou rejeter des modèles existants (modélisation) ;
- Rechercher et relier des résultats partiels, se fonder sur des preuves et fournir des justifications (argumenter et démontrer) ;
- rechercher, sélectionner et utiliser des outils appropriés pour résoudre des problèmes – y compris à l'aide de logiciels adaptés (résoudre des problèmes) ;
- discuter des mathématiques, de résultats et de moyens de trouver des solutions tant à l'oral qu'à l'écrit (communiquer) ;

¹ Ce programme prend en compte les compétences mathématiques générales formulées dans une logique procédurale selon les standards d'éducation (KMK) pour l'accès à des études de mathématiques dans l'enseignement supérieur, sans caractérisation, ni attribution spécifique. Ces compétences rejoignent les six compétences des programmes français : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner, communiquer.

- extraire des informations de représentations et, inversement, présenter les résultats de manière appropriée ;
- traiter les éléments symboliques, formels et techniques des mathématiques (calculer, appliquer et mettre en œuvre des techniques).

B- Compétences numériques et techniques

Grâce à l'utilisation d'outils mathématiques numériques tels que les calculatrices graphiques, les logiciels de géométrie dynamique, les tableurs ou l'intelligence artificielle les processus d'enseignement et d'apprentissage peuvent être soutenus, enrichis et restructurés. Cette compétence des médias doit toujours être prise en compte lors de la conception des projets de cours, même si elle n'est pas toujours spécifiée dans le programme.

C- Compétences de gestion de soi, d'orientation et de travail en équipe

Les cours favorisent l'apprentissage par la découverte. Le développement de stratégies heuristiques par l'expérimentation et les démarches d'essais-erreurs permet aux élèves de découvrir et d'analyser des articulations et des structures. Il permet aux élèves d'isoler les informations essentielles pour une tâche à venir parmi une grande quantité d'informations.

L'enseignement guide les élèves vers un apprentissage à la fois autonome et collaboratif. Il contribue au développement de la confiance en soi et de l'autodiscipline, de la volonté de réussir et de la capacité à se concentrer.

D- Compétences citoyennes et démocratiques

Les cours renforcent et développent les compétences de communication. Les concepts mathématiques sont présentés oralement et par écrit ou illustrés graphiquement. La traduction entre différentes formes de représentation, la formalisation, le travail algorithmique et calculatoire sont des formes spécifiques d'expression mathématique. La maîtrise du langage technique ouvre l'accès à de nombreuses disciplines, notamment scientifiques, techniques et économiques.

Les cours forment à la précision conceptuelle ; il enseigne la capacité à formuler des affirmations avec précision et à tirer des conclusions logiques. Il favorise la volonté et la compétence d'argumentation et l'esprit critique. Il utilise différents niveaux d'argumentation, de la clarification basée sur des exemples à la preuve formelle.

L'enseignement offre un aperçu exemplaire de la genèse historique des mathématiques et de leur importance pour le développement de notre société.

E- Compétences franco-allemandes, européennes et internationales

L'enseignement entièrement intégré des classes de 2^{nde}, 1^{ère} et terminale au lycée franco-allemand signifie toujours que, pour certains élèves, la langue partenaire est utilisée comme langue d'enseignement dans les matières non linguistiques. L'utilisation des langues étrangères comme langues de travail intensifie l'apprentissage disciplinaire et linguistique et sert à préparer à l'internationalisation croissante de l'éducation, des études et de la vie professionnelle. Dans ce sens, la compréhension de la culture du partenaire est favorisée par la sensibilisation aux processus linguistiques d'une part et aux différentes approches des questions disciplinaires selon la tradition didactique d'autre part.

1.3. Enjeux méthodologiques

Une réussite scolaire durable et pérenne nécessite une approche didactique fine et différenciée. Une attention particulière sera accordée aux points suivants :

- L'enseignement contribue au développement d'une logique mathématique de base permettant une appropriation tant du contenu que des stratégies fondamentales.
- L'enseignement accorde une attention particulière à l'articulation des contenus de cours et au développement de transferts avec d'autres disciplines, permettant ainsi des phases de révision systématique.

- En classe, l'utilisation d'outils et de médias numériques peut faciliter l'accès au contenu mathématique.
- L'enseignement mobilise davantage des situations contextualisées, en proposant également des questionnements ouverts laissant place à plusieurs approches ou résultats.

Dans de nombreux domaines de la vie quotidienne et dans presque tous les domaines de la vie professionnelle où des activités hautement qualifiées sont exercées, il est important de comprendre et de traiter ultérieurement des relations quantitatives et des structures abstraites. Dans ce contexte, des approches heuristiques, des stratégies de résolution de problèmes et des procédures qui vont bien au-delà des techniques élémentaires de calcul sont de plus en plus utilisées. L'utilisation d'outils mathématiques numériques tels que les calculatrices graphiques (CG), les logiciels de géométrie dynamique, les tableurs ou l'intelligence artificielle nécessite souvent de comprendre les méthodes mathématiques sous-jacentes, car c'est la seule façon d'évaluer les possibilités et les limites de ces outils et de les utiliser efficacement. Cela implique une analyse critique notamment des résultats obtenus grâce à l'intelligence artificielle.

Il semble judicieux de relier différents contenus et compétences et de les reprendre à plusieurs reprises dans d'autres contextes afin de rendre possible un apprentissage en profondeur en forme de spirale.

En outre, il faut accorder, notamment en seconde, suffisamment de temps à l'unification du corps étudiant franco-allemand. Ici, différentes approches, styles d'expression orale et écrite sont abordés et les principes de base sont alignés et consolidés. La fusion peut avoir lieu dans un bloc plus grand au début de seconde.

1.4. Évaluation

D'une part, l'évaluation est réalisée dans le cadre d'une mesure des performances liée au processus d'apprentissage, en tenant compte des performances en classe.

D'autre part, les travaux écrits servent à évaluer et à fournir un retour sur les compétences acquises en classe par rapport aux sujets et aux matières d'apprentissage abordés en classe. La description des domaines d'exigence sert de guide pour la construction des tâches. Avec leur aide et conformément au programme, des tâches d'évaluation des performances devraient être formulées. L'objectif de l'évaluation doit être de mesurer les performances des candidats de la manière la plus différenciée possible.

La prise en compte des **domaines d'exigences** contribue de manière significative à parvenir à un rapport équilibré entre les exigences, à accroître la comparabilité des tâches et à rendre l'évaluation des performances transparente. Le programme actuel n'identifie pas explicitement les domaines d'exigence dans les différentes matières.

Le **domaine d'exigence I (Reproduction)** comprend généralement des tâches avec un degré de complexité inférieur telles que

- la reproduction de données, de faits, de règles, de formules, de phrases, etc. à partir d'une zone définie dans le contexte appris,
- la description et l'utilisation de techniques et de procédures de travail apprises et pratiquées dans un domaine limité et dans un contexte répétitif.

Le **domaine d'exigence II (transferts)** comprend généralement des tâches d'un degré de complexité moyen tels que

- la sélection, l'agencement et la présentation de manière autonome de contenus connus donnés dans un contexte maîtrisé par la pratique et similaire des entraînements réalisés en classe,
- l'application en autonomie de ce qui a été appris à des situations nouvelles comparables, qui impliquent soit des questions modifiées, soit des contextes modifiés, soit des procédures adaptées.

Le **domaine d'exigence III (généralisation et réflexion)** comprend généralement des tâches avec un degré de complexité plus élevé telles que

- le traitement systématique et créatif de problèmes complexes dans le but d'arriver de manière indépendante à des solutions, des interprétations, des évaluations et des conclusions,
- la sélection et l'adaptation conscientes et indépendantes de techniques et de procédures de travail apprises et appropriées pour faire face à de nouveaux problèmes.

2 Contenus et compétences disciplinaires

Le programme est structuré en fonction des différents domaines d'apprentissage. Le contenu obligatoire et les compétences obligatoires attendues sont énumérés dans deux colonnes. L'affectation des compétences attendues au contenu n'exclut pas la possibilité que des compétences supplémentaires puissent être acquises par les élèves.

L'ordre des différents sujets au sein du niveau scolaire spécifié n'est contraignant que dans la mesure où il apparaît logiquement nécessaire. Cependant, il n'anticipe pas les décisions didactiques et méthodologiques de l'enseignant ni les conseils d'enseignement de mathématiques.

2.1 Classe de première

2.1.1 Suites

Contenu obligatoire	Compétences à acquérir
Généralités sur les suites • définition d'une suite • notation indicielle • mode de définition d'une suite : - explicite - par récurrence - par description verbale • représentation graphique • variations - suite constante - suite croissante - suite décroissante	Les élèves • modélisent des situations concrètes à l'aide de suites et les étudient, • représentent et exploitent la représentation graphique d'une suite, • étudient les variations d'une suite.
Principe de récurrence	Les élèves • explicitent la méthode de démonstration par récurrence, • l'utilisent pour démontrer des résultats (par exemple, l'expression de la somme des n premiers entiers ou des n premiers carrés, ou que 4 est un diviseur de $5^n - 1$).
Suites arithmétiques • définition • représentation graphique • forme explicite, relation de récurrence • somme de termes consécutifs • limite	Les élèves • indiquent la définition d'une suite arithmétique, • construisent la représentation graphique d'une suite arithmétique, • passent de la relation de récurrence à la forme explicite et explicitement, • calculent la somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique.

Suites géométriques • Définition • Représentation graphique • Forme explicite, relation de récurrence • Somme de termes consécutifs • Limite, critère de convergence	Les élèves • connaissent la définition d'une suite géométrique, • représentent la représentation graphique d'une suite géométrique, • passent de la relation de récurrence à la forme explicite et explicitement, • calculent la somme de termes consécutifs d'une suite géométrique, • énoncent le critère de convergence d'une suite géométrique ($-1 < q < 1$) et l'appliquent.
---	--

Indication

- Pour énoncer le critère de convergence, on se limite à une notion intuitive de limite.

2.1.2 Analyse – Suite de fonctions

Contenu obligatoire	Compétences à acquérir
Composition des fonctions • Composition des fonctions	Les élèves • indiquent la première fonction d'une fonction composée et la seconde, • à partir de deux fonctions données, composent les fonctions composées de ces deux fonctions ?
Fonction réciproque • Fonction réciproque Notation $f^{-1}(x)$ • Symétrie des courbes représentatives d'une fonction et de sa réciproque	Les élèves • justifient la bijectivité d'une fonction et déterminent, le cas échéant, la fonction réciproque d'une fonction donnée, • utiliser la symétrie de la courbe représentative d'une fonction et de celle de sa réciproque, pour la tracer ou pour établir des propriétés.
Limites • Théorème de comparaisons, théorème des gendarmes • Asymptotes - horizontale - verticale - oblique	Les élèves • déterminent les limites des sommes, produits, quotients et composée de fonctions de référence, • déterminent les limites à l'aide de théorèmes de comparaison, • déterminent les équations des asymptotes des courbes de fonctions rationnelles, • démontrent qu'une droite donnée est l'asymptote de la courbe d'une fonction donnée.

Compléments sur la dérivation • <u>Dérivée du produit d'une fonction dérivable par un réel</u> • Dérivée d'un quotient • <u>Dérivée d'une composée</u> • <u>Dérivées d'ordre supérieur</u>	Les élèves • <u>justifient la dérivabilité d'un produit</u>, d'un quotient ou d'une composée de deux fonctions • <u>déterminent les dérivées d'ordre supérieur</u>, • et calculent les fonctions dérivées.
Convexité • <u>Convexité, concavité</u> • <u>Points d'inflexion</u>	<u>Les élèves</u> • <u>déterminent par le calcul et graphiquement les points d'inflexion et la convexité d'une fonction</u>, • <u>utilisent la convexité et les points d'inflexions pour l'étude de courbes de fonctions.</u>

Indications

- La notion de réciproque peut être utilisée pour introduire les fonctions logarithmiques (voir 2.1.4).
- L'objectif est de permettre aux élèves de s'approprier le concept de limite, tout en leur donnant les techniques de base pour déterminer des limites dans les exemples rencontrés en classe.
- L'étude des limites peut être faite en lien avec le thème « fonctions rationnelles » (voir partie 2.1.4)
- La dérivée seconde est formellement obtenue en appliquant les règles de dérivation à la dérivée première. La signification géométrique de la dérivée seconde n'est abordée que lors de l'étude de la convexité.
- Les points d'inflexion sont déterminés uniquement en examinant le signe de la dérivée seconde.
- Les fonctions rationnelles à dériver ont un numérateur et un dénominateur de degré inférieur ou égal à 3.

2.1.3 Trigonométrie

Contenu obligatoire	Compétences à acquérir
Notions de base de la trigonométrie • cercle trigonométrique - mesure d'angle orienté - sinus et cosinus sur le cercle trigonométrique • radians - unité radian (1 rad) - longueur de l'arc - valeur principale • Relation $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$	Les élèves • tracent le point P correspondant à un angle α sur le cercle unité et spécifient $\sin(\alpha)$ et $\cos(\alpha)$ comme ordonnée et abscisse correspondantes du point P, • déterminent à l'aide du cercle trigonométrique les solutions des équations du type $\cos(x) = \cos(\alpha)$ et $\sin(x) = \sin(\alpha)$ et représentent les solutions sur le cercle unité, • déterminent la mesure en radians correspondante et la valeur principale dans l'intervalle $]-\pi; \pi]$ pour une mesure d'angle en degrés,

équations trigonométriques	- donnent la mesure en radians des angles particuliers sous forme de fractions ou de multiples de π, - déterminent la mesure de degré correspondante pour les mesures d'angle x ($-x, \pi \pm x, \frac{\pi}{2} \pm x$) en radians.
--	---

2.1.4 Analyse – autres fonctions usuelles

Contenu obligatoire	Compétences à acquérir
Fonctions trigonométriques - Fonctions sinus et cosinus avec $f(x) = \sin(x)$ et $f(x) = \cos(x)$: - ensemble de définition - ensemble de valeurs - période - racines - intervalles de variation - propriétés de symétrie (centrale ou axiale) des courbes représentatives - représentation graphique - fonctions dérivées : $(\sin(x))' = \cos(x)$ $(\cos(x))' = -\sin(x)$ - fonctions trigonométriques générales $f(x) = a \sin(bx + c) + d$ $f(x) = a \cos(bx + c) + d$ avec $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ et $c, d \in \mathbb{R}$	Les élèves - énoncent les propriétés des fonctions sinus et cosinus et tracer leurs graphiques, - déterminent les valeurs de sinus ou de cosinus correspondantes pour un point x ($-x, \pi \pm x, \frac{\pi}{2} \pm x$) en utilisant les courbes représentatives des fonctions trigonométriques, - connaissent les valeurs de la fonction sinus et de la fonction cosinus pour $0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \pi$, - décrivent l'influence des paramètres a, b, c et d de l'équation de fonction générale sur les graphiques des fonctions sinus et cosinus, - déterminent les valeurs des paramètres a, b, c et d pour des représentations graphiques données, - savent discuter de l'influence des paramètres par analogie avec les fonctions du second degré, - calculent les dérivées des fonctions trigonométriques.
Fonctions rationnelles - ensemble de définition - continuité et dérivabilité - symétrie (fonctions paires ou impaires) - limites - asymptotes - racines - intervalles de variations - extrema - points d'inflexion - courbes représentatives	Les élèves - déterminent les valeurs où le dénominateur s'annule et les limites respectives - simplifient les polynômes éventuels du (dé)nominateur d'une fonction rationnelle par division polynôme ou en factorisant, - étudient par le calcul les propriétés de fonctions rationnelles et tracent leurs courbes représentatives, - décrivent le lien entre les courbes représentatives des fonctions $f(x) = \frac{a}{x-b} + c \text{ und } g(x) = \frac{1}{x} \text{ ou } f(x) = \frac{a}{(x-b)^2} + c \text{ und } g(x) = \frac{1}{x^2}.$
Fonctions exponentielles Fonction exponentielle de base b - ensemble de définition - ensemble des valeurs prises par $f(x)$	Les élèves donnent les propriétés algébriques de la fonction exponentielle et tracent la courbe représentative,

- sens de variation - limites - représentation graphique - dérivabilité de fonctions avec $f(x) = b^x$ • fonction exponentielle naturelle de base e - définition du nombre d'Euler e - définition de la fonction exponentielle $f(x) = e^x$ - propriétés de la fonction exponentielle de base e (dérivée, sens de variation, convexité, limites, asymptotes, courbe représentative) • opérations et composition - produits, quotients et composées simples de la fonction exponentielle avec des polynômes - comportement de fonctions de la forme $f(x) = x^n e^{cx}$ pour $x \rightarrow +\infty$ et pour $x \rightarrow -\infty$, $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, n \in \mathbb{N}$ • croissance exponentielle - propriétés caractéristiques - quotient constant $\frac{f(x+1)}{f(x)}$ - comportement aux limites - <u>modélisations</u> de situations de croissance • <u>Equations différentielles de la forme $y' = ay$ et $y' = ay + b$</u>	• indiquent e comme la base de la fonction exponentielle vérifiant $f'(0)=1$, • étudient des fonctions exponentielles ainsi que des composées de polynômes et de la fonction exponentielle de base e, • déterminent les limites à l'infini de fonctions du type $f(x) = x^n e^{cx}$, • donnent des exemples de croissance exponentielle, • indiquent les différences entre les croissances exponentielle et linéaire, • <u>modélisent</u> des processus de croissance et de décroissance exponentielle et jugent de la pertinence du modèle choisi. • <u>résolvent des équations différentielles de la forme $y' = ay$ et $y' = ay + b$</u>.
Fonction logarithme • notion de logarithme - définition - propriétés - propriétés algébriques • logarithme népérien - définition - propriétés (dérivabilité et dérivée, primitives, variations, convexité, ensemble image, limites pour $x \rightarrow +\infty$ et $x \rightarrow 0^+$, représentation graphique - propriétés fonctionnelles • opérations et composition	Les élèves • explicitent la notion de logarithme et indiquent que $\log_b(x)$ est la solution de l'équation $b^y = x$, • énoncent et utilisent les propriétés de base et les propriétés algébriques ainsi que leurs conséquences, • font le lien entre le logarithme népérien et le logarithme de base b suivant et l'utilisent pour calculer: $\log_b(x) = \frac{\log_c(x)}{\log_c(b)} = \frac{\ln(x)}{\ln(b)},$ • énoncent la définition de la fonction logarithme népérien ainsi que ses caractéristiques usuelles: $\ln(x_1 x_2) = \ln(x_1) + \ln(x_2)$ $\ln(x^r) = r \ln(x),$ • utilisent à bon escient la relation $b^x = e^{x \ln(b)}$,

- produits, quotients et composées de la fonction $\ln$ avec des fonctions polynômes - comportement de fonctions de la forme $f(x) = x^n \ln(x)$ pour $x \rightarrow +\infty$ et pour $x \rightarrow 0^+$; $n \in \mathbb{N}$ • primitives de $f(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$ (intégration logarithmique)	• indiquent que la fonction $\ln$ est l'unique primitive de la fonction inverse s'annulant en 1 : $\ln(x) = \int_1^x \frac{dt}{t},$ • étudient des fonctions composées de la fonction logarithme népérien et de fonctions polynômes, • déterminent le comportement des fonctions du type $f(x) = x^n \ln(x)$ pour $x \rightarrow +\infty$ ou $x \rightarrow 0^+$, • déterminent les primitives des fonctions de la forme $f(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$.
---	--

Indications

- En général, les fonctions rationnelles ne doivent pas comporter de dénominateurs trop complexes (au maximum de degré 2).
- Les points d'inflexion sont déterminés uniquement en examinant le signe de la dérivée seconde.
- L'étude des familles de fonctions pourra compléter le thème, mais ne pourra pas être le thème central de l'étude.
- La détermination d'asymptotes obliques pourra être effectuée à l'aide de la division de polynômes.
- Des justifications telles que « les fonctions exponentielles croissent plus vite que les fonctions puissance » suffisent à déterminer le comportement limite aux bords du domaine. Une justification formelle des théorèmes limites n'est pas attendue.
- La fonction $\ln$ peut être introduite comme la fonction réciproque de la fonction exponentielle. Alternativement, une introduction comme $\ln(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt$ est possible – à condition que le calcul intégral ait déjà été introduit.
- On définit le logarithme de base b de manière générale mais on se restreindra aux cas $b > 1$ pour l'étude de ces fonctions.

2.1.5 Analyse – Calcul intégral

Contenu obligatoire	Compétences à acquérir
Intégrale et primitive • aires limitées par des courbes • introduction de l'intégrale • propriétés de l'intégrale (linéarité, additivité des intervalles) • règles d'intégration • intégrale définie • primitives • théorème fondamental du calcul différentiel et intégral	Les élèves • explicitent les méthodes de détermination approximative de l'aire (par exemple, méthode des rectangles), • déterminent approximativement l'aire limitée par des courbes • donnent la signification et les propriétés de l'intégrale, • expliquent le concept de primitive et donnent une primitive pour une fonction donnée,

• applications de l'intégrale dans les calculs d'aire : - aire entre la courbe représentative d'une fonction et l'axe des abscisses - aire entre deux courbes représentatives de fonctions • Intégration par parties	• justifient qu'il existe pour une fonction plusieurs primitives qui diffèrent par des constantes additives, • calculent certaines intégrales à l'aide de la formule $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$, $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$, • déterminent des aires limitées par des courbes à l'aide du calcul intégral, • résolvent des problèmes appliqués à l'aide du calcul intégral, • calculent des intégrales en utilisant la méthode d'intégration par parties.
---	--

2.2 Terminale

2.2.1 Géométrie vectorielle – Principes de base ²

Contenu obligatoire	Compétences à acquérir
Vecteurs - calcul vectoriel dans l'espace - repères orthonormés dans l'espace	Les élèves - représentent des points et des représentants de vecteurs dans un repère orthonormé, - transfèrent les calculs vectoriels du plan vers l'espace
Colinéarité et Coplanarité dépendance, indépendance linéaire de vecteurs dans l'espace	Les élèves - déterminent par le calcul si deux vecteurs sont colinéaires ou si trois vecteurs sont coplanaires - interprètent ces résultats géométriquement et les démontrent algébriquement
Le produit scalaire dans le plan et dans l'espace - définition - propriétés - angle entre deux vecteurs - règles de calcul - norme d'un vecteur - orthogonalité de deux vecteurs - applications du produit scalaire : - calcul des mesures d'angle - calcul des longueurs de segment	Les élèves - calculent des produits scalaires, - appliquent les règles de calcul du produit scalaire, - indiquent le lien entre le produit scalaire et la norme d'un vecteur, - calculent les normes des vecteurs, - vérifient l'orthogonalité de deux vecteurs en utilisant le produit scalaire, - démontrent des théorèmes de géométrie à l'aide du produit scalaire (p.ex. théorème de Thalès, théorème de Pythagore, théorème de la moyenne géométrique) - calculent des mesures d'angle et des longueurs de segment à l'aide du produit scalaire.
Le produit vectoriel - définition - propriétés - relations $\vec{u} \wedge \vec{v} = -\vec{v} \wedge \vec{u}$ $\vec{u} \wedge (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \wedge \vec{v} + \vec{u} \wedge \vec{w}$ - applications du produit vectoriel - détermination de l'aire d'un parallélogramme et d'un triangle	Les élèves - indiquent la définition et les propriétés du produit vectoriel, - utilisent le produit vectoriel pour déterminer un vecteur orthogonal à deux vecteurs donnés - calculent l'aire d'un parallélogramme et d'un triangle à l'aide du produit vectoriel, - déterminent un vecteur normal à un plan

² Dans ce qui suit, les repères sont orthonormés.

- détermination d'un vecteur normal à un plan	
---	--

Contenu facultatif

Application du produit scalaire Formules d'addition en trigonométrie	Les élèves appliquent les formules d'addition.
Application du produit vectoriel - Caractérisation de la colinéarité de deux vecteurs	Les élèves vérifient si deux vecteurs sont colinéaires à l'aide du produit vectoriel.

Indication

- Le calcul vectoriel est traité de manière analytique.

2.2.2 Géométrie vectorielle – Objets de l'espace³

Contenu obligatoire	Compétences à acquérir
Droites dans l'espace - représentation des droites dans l'espace - à partir de deux points - représentation paramétrique vectorielle	Les élèves - établissent une équation paramétrique d'une droite et justifient pourquoi elle n'est pas unique, - représentent des droites dans un système orthonormé, - vérifient par le calcul si un point donné se trouve sur une droite.
Plans dans l'espace - représentation d'un plan dans l'espace - à partir de trois points - représentation paramétrique vectorielle avec deux vecteurs non colinéaires - équation cartésienne avec un vecteur normal - équation cartésienne	Les élèves - établissent des équations de plan (aussi dans des contextes concrets) - représentent de manière appropriée les plans dans un système orthonormé, - vérifient par le calcul si un point donné se situe dans un plan, - passent d'une représentation de plan à une autre.

³ Dans ce qui suit, les repères sont orthonormés.

Contenu obligatoire	Compétences à acquérir
Positions relatives et angles - position relative : - de deux droites, - d'une droite et d'un plan - de deux plans - angle entre : - deux droites - deux plans - une droite et un plan	Les élèves - décrivent les relations spatiales possibles entre les objets donnés, - étudient par le calcul les relations de position entre les objets donnés, - déterminent les angles entre les objets donnés.
Distances - distance entre un point et : - un plan - une droite - distance - entre deux droites parallèles - d'une droite à un plan qui lui est parallèle - entre deux plans parallèles	Les élèves calculent les distances entre les objets donnés.
Applications complexes - symétrique d'un point par rapport à - un point - un plan - volumes du pavé et de la pyramide	Les élèves - calculent les coordonnées des points miroirs, - calculent les volumes des pavés et des pyramides, - démontrent des propriétés géométriques (par exemple, carré, triangle isocèle, ...)

Fakultative Inhalte

Le cercle - représentation du cercle - Équation cartésienne - Équation vectorielle	Les élèves passent d'une représentation à une autre.
La sphère - représentations de la sphère - équation cartésienne - équation vectorielle - position relative - d'une sphère et d'une droite - d'une sphère et d'un plan - de deux sphères	Les élèves - passent d'une représentation à une autre, - étudient par le calcul les positions relatives, - déterminent le cercle d'intersection de deux sphères.

Indications

- L'étude de positions relatives dans l'espace offre la possibilité d'établir et de résoudre des systèmes d'équations linéaires.
- Les symétries d'un point par rapport à un plan ou une droite sont une application des calculs de distance.
- Les représentations paramétriques de cercle ne sont pas prévu.

2.2.3 Statistique et probabilités

Contenu obligatoire	Compétences à acquérir
Statistique descriptive collecte et enregistrement des données, traitement de données, formes de représentations, diagrammes fréquences absolues et relatives médiane, quartiles, diagramme en boîte - moyenne arithmétique - caractéristiques de dispersion : - Variance - Écart type	Les élèves collectent et enregistrent des données statistiquement, les organisent, les présentent clairement, les analysent et les interprètent, déterminent des fréquences absolues et relatives, calculent la médiane et les quartiles pour des ensembles de données donnés et les utilisent pour évaluer les données, - calculent la moyenne et l'écart type d'une série statistique pour des ensembles de données donnés et les utilisent pour évaluer les données, - étudient une série statistique ou comparent deux séries statistiques à l'aide d'un outil numérique.
Probabilités expérience aléatoire issues de l'expérience aléatoire $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ ensemble de résultats Ω fréquence d'un résultat loi empirique des grands nombres événements événements élémentaires probabilité d'un événement les événements $A \cap B$; $A \cup B$; $\bar{A}$ probabilité de $A \cap B$; $A \cup B$; $\bar{A}$ distribution de probabilité tableau à double entrée expériences aléatoires dans lesquelles tous les événements élémentaires sont également probables (expériences de Laplace)	Les élèves interprètent le concept de probabilité en relation avec des issues également probables comme fréquence relative stabilisée et résolvent des tâches et des problèmes connexes, énoncent des ensembles de résultats d'expériences aléatoires simples et calculent la probabilité d'un événement (y compris l'événement opposé, l'événement et, l'événement ou), créent des tableaux à double entrée et les utilisent pour déterminer les probabilités, décident et justifient si les expériences aléatoires sont des expériences de Laplace et calculent les probabilités de Laplace.

Expériences aléatoires à plusieurs étapes • arbre de probabilités • règles de calcul - règle du produit - règle de la somme • arbre de probabilité tronqué	Les élèves • pour les expériences aléatoires à n étapes, donnent les résultats sous forme de n-uplets, • représentent des expériences aléatoires à plusieurs étapes dans à l'aide d'arbres de probabilités, • calculent les probabilités dans des expériences aléatoires à n étapes.
Probabilité conditionnelle et indépendance • probabilité conditionnelle • indépendance de deux événements • théorème des probabilités totales	Les élèves • modélisent une situation donnée avec des probabilités conditionnelles et utilisent à bon escient la notation $P_A(B)$, • représentent une situation à l'aide d'un arbre pondéré d'un tableau à double entrée . • calculent la probabilité d'un événement en utilisant le théorème des probabilités totales sous la forme $P(A) = P(B) \cdot P_B(A) + P(\bar{B}) \cdot P_{\bar{B}}(A)$.
Combinatoire • modèles d'urnes avec et sans respect de l'ordre : - tirage avec remise - tirage sans remise - permutations de k objets - tirage simultané de k objets pris parmi n • règles de calcul : factorielle, nombre d'arrangements, nombre de combinaisons (coefficient binomial)	Les élèves • appliquent les règles de calcul de la combinatoire et les utilisent pour résoudre des tâches dans des contextes pratiques.
Variable aléatoire discrète et loi de probabilité • loi de probabilité d'une variable aléatoire discrète • espérance mathématique d'une variable aléatoire - $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$ - $E(aX + b) = aE(X) + b$ • variance et écart type d'une variable aléatoire - $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$, si X, Y sont indépendantes.	Les élèves • déterminent la loi de probabilité d'une variable aléatoire et la représentent sous forme de tableau ou de graphique, • interprètent l'espérance mathématique, dans le cas d'un grand nombre de répétitions, comme une moyenne arithmétique (interprétation fréquentiste de l'espérance), • déterminent l'espérance, la variance et l'écart type d'une variable aléatoire à l'aide d'un outil numérique de mathématiques, • calculent l'espérance et la variance d'une variable aléatoire à l'aide des formules.

Loi binomiale • expériences de Bernoulli, schéma de Bernoulli, loi binomiale • fonction de répartition • espérance et variance d'une loi binomiale	Les élèves • décident et justifient si les variables aléatoires peuvent être modélisées à l'aide d'une loi binomiale, • explicitent à l'aide d'un arbre que les coefficients binomiaux indiquent le nombre de chemins pour k succès en n essais, • calculent les probabilités et les probabilités cumulées en utilisant la loi binomiale à l'aide d'un outil numérique (calculatrice, logiciel) • calculent et interprètent l'espérance mathématique et la variance d'une variable aléatoire binomiale.
Variables aléatoires continues et notion de fonction de densité • Variables aléatoires continues • Fonction de densité • Lien entre la fonction de densité sur un intervalle et la fonction de répartition continue	Les élèves • distinguent à l'aide d'exemples les variables aléatoires discrètes et les variables aléatoires continues, • indiquent la définition d'une fonction de densité et vérifient, sur des exemples choisis, si une fonction est une fonction de densité.
Fonction de Gauss φ et fonction intégrale de Gauss Φ • loi normale $\Phi_{\mu,\sigma}$ d'espérance μ et d'écart type σ • loi normale centrée réduite - fonction de densité ϕ définie par $\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2}$ • formule d'approximation de De Moivre-Laplace •	Les élèves • explicitent qu'avec une taille d'échantillon suffisamment grande, on peut approcher un histogramme par une courbe continue (par exemple par la courbe en cloche de Gauss pour des variables aléatoires suivant une loi binomiale), • indiquent l'expression de la fonction de densité ϕ de la loi normale centrée réduite et la représentent graphiquement, • énoncent l'expression et les propriétés de la fonction intégrale Φ correspondante et en esquissent le graphique, • indiquent qu'une variable aléatoire X suit une loi normale $\Phi_{\mu,\sigma}$ si la variable standardisée $\frac{X-\mu}{\sigma}$ suit la loi normale centrée réduite, • calculent des probabilités associées à une loi normale $\Phi_{\mu,\sigma}$ à l'aide d'outils numériques de mathématiques, • calculent des probabilités à l'aide de la formule d'approximation de De Moivre-Laplace.

Tests d'hypothèses • Hypothèse nulle • Hypothèse alternative • Règle de décision • Erreurs de type I et de type II • Risque d'erreur (niveau de signification)	Les élèves • formulent, pour des variables aléatoires suivant une loi binomiale et à partir de dispositifs de test donnés, l'hypothèse nulle H_0 et l'hypothèse alternative H_1, • déterminent des règles de décision et indiquent les erreurs de type I et de type II.
---	---

Contenu facultatif

Passage de la population à l'échantillon • <i>intervalle de fluctuation (de prévision) à 95%</i> $\left[p - 1,96 \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}, p + 1,96 \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \right]$ $= \left[p - 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; p + 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$ - Condition d'applicabilité : $n \geq 30, np \geq 5$ et $n(1-p) \geq 5$	Les élèves • <i>conçoivent, mettent en œuvre et exploitent des simulations de situation concrètes à l'aide d'outils numériques,</i> • <i>déterminent des intervalles de fluctuation à 95%,</i> • <i>indiquent les conditions des approximations,</i> • <i>dans le cadre d'une expérience aléatoire, déterminent, à l'aide d'un outil numérique, l'intervalle de fluctuation à un seuil donné</i> • <i>décident si une fréquence relative appartient à l'intervalle de fluctuation ou pas.</i>
Estimation de paramètres • <i>intervalles de confiance</i> • <i>taille de l'échantillon</i> • <i>niveau de confiance</i>	Les élèves • <i>indiquent des intervalles dans lesquels la fréquence relative donnée se situe avec une probabilité de confiance de 95 %,</i> • <i>estiment la taille de l'échantillon nécessaire pour garantir une déviation relative maximale par rapport à la proportion réelle, pour un niveau de confiance de 95 %.</i>

Remarque

- Un concept axiomatique de la probabilité n'est pas prévu.
- Pour la combinatoire, on se limite à des situations permettant des calculs combinatoires simples.
- La formalisation théorique du théorème des probabilités totales n'est pas un attendu, mais les élèves doivent savoir appliquer la formule.
- La démonstration des formules de l'espérance et de la variance d'une variable aléatoire n'est pas demandée.
- L'étude des fonctions de densité générales sur des intervalles non bornés est hors programme.
- En lien avec la loi normale centrée réduite, on peut démontrer que l'espérance est nulle. Une démonstration formelle que la variance définie par $E((X - E(X))^2)$ est 1 n'est pas prévu.
- L'expression de la densité de la loi normale $\Phi_{\mu,\sigma}$ est hors programme.
- On n'applique les tests d'hypothèses qu'au cas de la loi binomiale. Cependant, on mentionne l'existence de tests fondés sur d'autres lois de probabilité.

3 Verbes consignes

Verbes	Définitions
indiquer, nommer	Formuler les résultats numériquement ou verbalement, sans présenter la méthode de résolution et sans justification
justifier	Vérifier ou falsifier une affirmation ou un fait par calcul, selon des règles d'inférence valables, par dérivation ou par argumentation substantielle
calculer	Obtenir des résultats à partir d'une approche ou d'une formule en effectuant des calculs
déterminer, investiguer	Le type de procédure peut être choisi librement – sauf indication contraire par un ajout (par exemple, application de méthodes informatiques ou graphiques). La procédure doit être présentée.
décrire	Décrire un fait ou une procédure avec vos propres mots en utilisant des phrases complètes et une terminologie technique correcte. Une justification de la description n'est pas nécessaire.
juger	Le jugement à rendre doit être motivé.
prouver, montrer	Vérifier les énoncés à l'aide de théorèmes mathématiques connus, de conclusions logiques et de transformations d'équivalence et en observant des critères formels
analyser, interpréter	L'analyse ou l'interprétation établit un lien, par exemple entre une représentation graphique, un terme ou le résultat d'un calcul et un contexte factuel donné.
induire	Extraire des données à partir de représentations données pour répondre à des questions ou pour un traitement ultérieur
décider	Aucune justification n'est nécessaire pour la décision.
expliciter	Présenter et illustrer des faits sur la base de connaissances préalables de manière à ce qu'ils deviennent compréhensibles
représenter graphiquement, dessiner	Reproduire des objets mathématiques sous une forme standard ou prescrite, les représenter graphiquement : produire une représentation graphique précise en caractères basée sur la reproduction exacte de points essentiels ou une représentation graphique à l'échelle réelle ou fidèle d'un objet
esquisser	Le croquis doit être préparé de manière à décrire graphiquement les éléments essentiels du contexte considéré.
vérifier	Vérifier ou falsifier un fait donné en appliquant des règles ou des connaissances mathématiques dans une situation ouverte
étudier	Explorer les faits, les problèmes et les questions de manière ciblée selon des critères spécifiques, courants sur le plan professionnel ou raisonnables
comparer	Identifier les similitudes et les différences
utiliser, exploiter, traiter	Relier des termes techniques, des règles, des théorèmes mathématiques, des relations ou des procédures à un autre sujet
attribuer	Établir un lien justifié entre des objets ou des représentations