

2025

Lehrplan / Programme

DFG / LFA

Mathematik / Mathématiques

**Gemeinsames Fach /
Enseignement commun**

**Klassenstufen 10, 11 und 12 /
Classes de 2nde, 1ère et Terminale**

Inhaltsverzeichnis

1.	Leitgedanken	2
1.1.	Bildungsziele	2
1.2.	Zielsetzungen	2
1.3.	Methodische Herausforderungen	3
1.4.	Leistungsbewertung	4
2	Fachliche Inhalte und Kompetenzen	6
2.1	Klassenstufe 10	6
2.2	Klassenstufe 11	12
2.3	Klassenstufe 12	18
3	Operatoren	23

1. Leitgedanken

1.1. Bildungsziele

Der Mathematikunterricht fördert maßgeblich die Persönlichkeitsentwicklung junger Menschen durch das Vermitteln von Methodenkompetenz, Sachwissen und inneren Haltungen und stärkt so die vernunftbetonte Selbstbestimmung. Hiermit leistet der Mathematikunterricht einen wesentlichen Beitrag zu einer vertieften Allgemeinbildung.

Schulische Mathematikkenntnisse sind somit wesentlicher Bestandteil der allgemeinen Studierfähigkeit und bilden die fachlichen Grundlagen für diejenigen jungen Menschen, die nach der Schule ein durch mathematische Denkweisen geprägtes Studium oder Berufsfeld wählen. Neben den mathematischen, naturwissenschaftlichen und technischen Fächern sind dies heute verstärkt auch Arbeitsgebiete im wirtschaftlichen und sozialwissenschaftlichen Bereich.

Die Fähigkeit, Zusammenhänge und ihre Gesetzmäßigkeiten zu erkennen und mit ihnen umzugehen, ist aber auch ein eigenständiger intellektueller Wert und stellt einen wichtigen Beitrag der Mathematik zu unserer Kultur dar. Die im Mathematikunterricht angebahnten Kompetenzen ermöglichen eine kritische Wertung von gesellschaftlichen Entwicklungen und leitet zu verantwortungsbewusstem Handeln an.

Einblicke in die verschiedenen länderspezifischen Lehrtraditionen tragen zu einem weiteren Ausbau deutsch-französischer interkultureller Kompetenzen bei.

1.2. Zielsetzungen

Ein allgemeinbildender Mathematikunterricht soll unter anderem

- den Schülerinnen und Schülern die Mathematik als anwendungsbezogene, alltagsrelevante sowie beweisende, deduzierende und experimentelle Wissenschaft näherbringen,
- Kreativität und Fantasie fördern,
- Schülerinnen und Schüler befähigen Zusammenhänge und ihre Gesetzmäßigkeiten zu erkennen und mit ihnen umzugehen,
- den Schülerinnen und Schülern die kulturelle, historische und philosophische Entwicklung der Mathematik aufzeigen,
- als Übungsfeld für Arbeitstechniken sowie Entwicklungsfeld von kognitiven Strategien dienen,
- Vernetzungen zwischen den einzelnen Teildisziplinen der Mathematik und mit anderen Wissenschaften verdeutlichen,
- zur allgemeinen Studierfähigkeit beitragen.

Daher ergeben sich für einen allgemeinbildenden Mathematikunterricht unter anderem die folgenden Ziele.

A- Kognitive und prozedurale Kompetenzen¹

Ganz allgemein sollen die Schülerinnen und Schüler fähig sein

- Situationen aus der Realität zu modellieren und vorliegende Modelle zu validieren oder zu verworfen (Modellieren),
- Teilergebnisse zu finden und in Beziehung zu setzen, Beweise und Begründungen durchzuführen (Argumentieren und Beweisen),
- geeignete Hilfsmittel zur Problemlösung zu suchen, auszuwählen und einzusetzen – auch mithilfe von Softwaretools (Probleme lösen),
- sich über Mathematik, die Ergebnisse und Wege von Lösungen sowohl mündlich als auch schriftlich auszutauschen (Kommunizieren),
- Informationen aus Darstellungen zu entnehmen und umgekehrt Ergebnisse geeignet darzustellen,

¹ Der vorliegende Lehrplan berücksichtigt die in den Bildungsstandards zur allgemeinen Hochschulreife für das Fach Mathematik formulierten prozessbezogenen, allgemein-mathematischen Kompetenzen, ohne eine explizite Kennzeichnung und Zuordnung zu diesen vorzunehmen.

- mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umzugehen (berechnen, Techniken anwenden und umsetzen).

B- Digitale und technische Kompetenzen

Durch den Einsatz von digitalen Mathematikwerkzeugen wie grafikfähigem Taschenrechner (GTR), dynamischer Geometriesoftware, Tabellenkalkulationsprogrammen oder Künstlicher Intelligenz können Lehr- und Lernprozesse unterstützt, bereichert und neu strukturiert werden. Diese Medienkompetenz ist bei der Unterrichtsgestaltung immer mitzudenken, wird aber nicht immer im Lehrplan ausgewiesen.

C- Selbstmanagement-, Orientierungs- und Teamkompetenzen

Der Unterricht fördert das entdeckende Lernen. Die Ausbildung heuristischer Strategien beim Experimentieren und Probieren befähigt die Schülerinnen und Schüler, Beziehungen und Strukturen zu entdecken und sie zu analysieren.

Er versetzt die Schülerinnen und Schüler in die Lage, aus einer Menge von Informationen die für eine anstehende Aufgabe wesentlichen Informationen herauszufiltern.

Der Unterricht leitet die Schülerinnen und Schüler sowohl zum selbstständigen als auch zum kooperativen Lernen an. Er trägt zur Entwicklung von Selbstbewusstsein und Selbstdisziplin, von Leistungsbereitschaft und Konzentrationsfähigkeit bei.

D- Bürgerliche und demokratische Kompetenzen

Der Unterricht stärkt und erweitert das Kommunikationsvermögen. Mathematische Sachverhalte werden mündlich und schriftlich dargestellt oder graphisch veranschaulicht. Das Übersetzen zwischen verschiedenen Darstellungsformen, das Formalisieren und das algorithmische und kalkülhafte Arbeiten sind spezifische Formen des mathematischen Ausdrucks. Die Beherrschung der Fachsprache öffnet den Zugang zu vielen Disziplinen, insbesondere den naturwissenschaftlichen, technischen und wirtschaftswissenschaftlichen Fächern.

Der Unterricht erzieht zu begrifflicher Präzision; er vermittelt die Fähigkeit, Aussagen exakt zu formulieren und logische Schlussfolgerungen zu ziehen. Er fördert die Bereitschaft und die Kompetenz zum Argumentieren und Kritisieren. Er verwendet verschiedene Stufen des Argumentierens, vom beispielgebundenen Verdeutlichen bis zum formalen Beweisen.

Der Unterricht gibt exemplarisch Einblicke in die historische Genese der Mathematik und ihre Bedeutung für die Entwicklung unserer Gesellschaft.

E- Deutsch-französische, europäische und internationale Kompetenzen

Der vollständig integrierte Unterricht in den Klassenstufen 10 bis 12 an den Deutsch-Französischen Gymnasien bedeutet für einen Teil der Schülerinnen und Schüler in nichtsprachlichen Fächern immer, dass die Partnersprache als Unterrichtssprache genutzt wird. „Der Einsatz der Fremdsprachen als Arbeitssprachen intensiviert fachliches und sprachliches Lernen und dient der Vorbereitung auf die zunehmende Internationalisierung in Ausbildung, Studium und Berufsleben.“² In diesem Sinne wird durch die Bewusstmachung zum einen sprachlicher Prozesse und zum anderen je nach Lehrtradition unterschiedlicher Herangehensweisen an fachliche Fragestellungen das Verständnis für die Partnerkultur befördert.

1.3. Methodische Herausforderungen

Nachhaltige und dauerhafte Lernerfolge setzen eine sorgfältige Auswahl und Variation methodischer Vorgehensweisen voraus. Zu beachten ist insbesondere:

- Der Unterricht trägt zum Aufbau angemessener Grundvorstellungen zu wesentlichen fachlichen Inhalten und Strategien bei.
- Der Unterricht widmet dem Vernetzen der Inhalte und dem Herstellen von Querbezügen auch zu anderen Fächern besondere Aufmerksamkeit und ermöglicht so Phasen des systematischen Wiederholens.

² „Empfehlungen der Kultusministerkonferenz zur Stärkung der Fremdsprachenkompetenz“ Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 08.12.2011;
http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2011/2011_12_08-Fremdsprachenkompetenz.pdf

- Im Unterricht kann der Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge und Medien den Zugang zu mathematischen Inhalten erleichtern.
- Der Unterricht befasst sich verstärkt mit Aufgabenstellungen oder Lernumgebungen, die einem situativen Kontext entspringen, wobei auch ergebnisoffene Formulierungen gewählt werden.

In weiten Teilen des Alltagslebens und in nahezu allen Bereichen des Berufslebens, in denen höher qualifizierte Tätigkeiten ausgeübt werden, ist es von Bedeutung, quantitative Zusammenhänge und abstrakte Strukturen zu erfassen und weiter zu bearbeiten. Dabei kommen verstärkt heuristische Vorgehensweisen, Problemlösestrategien und Verfahren zum Tragen, die weit über die elementaren Rechentechneiken hinausgehen. Gerade der Einsatz von digitalen Mathematikwerkzeugen wie grafikfähige Taschenrechner (GTR), dynamische Geometriesoftware, Tabellenkalkulationsprogramme oder Künstlicher Intelligenz macht es häufig nötig, die zu Grunde liegenden mathematischen Methoden zu verstehen, da es nur so gelingen kann, Möglichkeiten und Grenzen dieser Hilfsmittel zu beurteilen und sie sinnvoll einzusetzen. Dies beinhaltet die kritische Auseinandersetzung insbesondere mit Ergebnissen, die mittels Künstlicher Intelligenz erhalten wurden.

Es erscheint sinnvoll, verschiedene Inhalte und Kompetenzen zu vernetzen und in anderen Zusammenhängen immer wieder aufzugreifen, sodass ein spiralförmiges vertiefendes Lernen möglich wird.

Zusätzlich muss speziell in Klassenstufe 10 genügend Zeit für die Zusammenführung der deutsch-französischen Schülerschaft gegeben werden. Hier werden unterschiedliche Herangehens-, Sprech- und Schreibweisen thematisiert, Grundlagen werden angeglichen und gefestigt. Die Zusammenführung kann zu Beginn von Klasse 10 in einem größeren Block erfolgen.

1.4. Leistungsbewertung

Die Leistungsbewertung erfolgt zum einen im Rahmen einer lernprozessbezogenen Leistungsbewertung unter Einbezug der Leistungen aus dem Unterricht.

Zum anderen dienen schriftliche Arbeiten der Beurteilung von und Rückmeldung zu im Unterricht erworbenen Kompetenzen bezüglich im Unterricht behandelter Themen und Lerngegenstände. Als Orientierung für die Konstruktion von Aufgaben dient die Beschreibung von Anforderungsbereichen. Mit ihrer Hilfe und nach Maßgabe des Lehrplans sollen Aufgaben zur Leistungsmessung formuliert werden. Dabei muss es Ziel der Leistungsmessung sein, das Leistungsvermögen der Prüflinge möglichst differenziert zu erfassen.

Die Berücksichtigung von **Anforderungsbereichen** trägt wesentlich dazu bei, ein ausgewogenes Verhältnis der Anforderungen zu erreichen, die Vergleichbarkeit von Aufgaben zu erhöhen sowie die Bewertung von Leistungen transparent zu machen. Im vorliegenden Lehrplan wird auf eine explizite Ausweisung von Anforderungsbereichen in den einzelnen Themenfeldern verzichtet.

Der **Anforderungsbereich I (Reproduzieren)** umfasst in der Regel Aufgabenstellungen mit geringerem Komplexitätsgrad wie

- die Wiedergabe von Daten, Fakten, Regeln, Formeln, Sätzen usw. aus einem abgegrenzten Gebiet im gelernten Zusammenhang,
- die Beschreibung und Verwendung gelernter und geübter Arbeitstechniken und Verfahrensweisen in einem begrenzten Gebiet und in einem wiederholenden Zusammenhang.

Der **Anforderungsbereich II (Zusammenhänge herstellen)** umfasst in der Regel Aufgabenstellungen mit mittlerem Komplexitätsgrad wie

- das selbstständige Auswählen, Anordnen und Darstellen bekannter Sachverhalte unter vorgegebenen Gesichtspunkten in einem durch Üben bekannten Zusammenhang und ähnlich zu Vorgehensweisen im Unterricht,
- das selbstständige Übertragen des Gelernten auf vergleichbare neue Situationen, wobei es entweder um veränderte Fragestellungen oder um veränderte Sachzusammenhänge oder um abgewandelte Verfahrensweisen geht.

Der **Anforderungsbereich III (Verallgemeinern und Reflektieren)** umfasst in der Regel Aufgabenstellungen mit höherem Komplexitätsgrad wie

- das planmäßige und kreative Bearbeiten komplexer Problemstellungen mit dem Ziel, selbstständig zu Lösungen, Deutungen, Wertungen und Folgerungen zu gelangen,
- das bewusste und selbstständige Auswählen und Anpassen geeigneter gelernter Arbeitstechniken und Verfahren zur Bewältigung neuer Problemstellungen.

2 Fachliche Inhalte und Kompetenzen

Der Lehrplan ist nach einzelnen Lernbereichen gegliedert. In zwei Spalten werden jeweils der verbindliche Inhalt und die verbindlichen zu erwartenden Kompetenzen aufgeführt. Die Zuordnung der erwarteten Kompetenzen zu den Inhalten schließt nicht aus, dass weitere Fähigkeiten von den Schülerinnen und Schülern erworben werden können.

Die Reihenfolge der einzelnen Themen ist innerhalb der angegebenen Klassenstufe nur insoweit verbindlich, wie es sachlogisch geboten erscheint. Darüber hinaus nimmt sie aber die didaktisch-metho- dischen Entscheidungen der Lehrkraft bzw. der Fachkonferenzen Mathematik nicht vorweg.

2.1 Klassenstufe 10

2.1.1 Algebra

Verbindlicher Inhalt	Verbindliche Kompetenzen
Zahlenmengen • Menge der natürlichen Zahlen: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ • Menge der ganzen Zahlen: $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ • Menge der rationalen Zahlen: $\mathbb{Q}$ • Menge der reellen Zahlen: $\mathbb{R}$ • Intervalle Anordnung • Ungleichungen • lineare Ungleichungen mit einer Un- bekannten • absoluter Betrag	Die Schülerinnen und Schüler • wenden die Begrifflichkeiten und Schreibweisen der besonderen Zahlenmengen und von Intervallen (Schnitt, Vereinigung, Teilmenge, offene und ge- schlossene Intervalle) an, • bestimmen Lösungen von Ungleichungen mithilfe von Termumformungen, beidseitiger Addition oder Subtraktion eines Terms, beidseitiger Multiplikation mit einer Zahl oder Division durch eine Zahl ungleich 0, • bestimmen Lösungen von Ungleichungen, bei denen bei den Lösungsschritten Kehrwert, Wurzel, Quadrat oder Potenz gebildet werden muss, • lösen Produktungleichungen und Bruchungleichun- gen mit Hilfe einer Vorzeichen-tabelle, • lösen Gleichungen mit absolutem Betrag.
Terme und Funktionen zweiten Grades • Normalform $ax^2 + bx + c = 0$ • Gleichungen zweiten Grades • Scheitelpunktform • Vorzeichenuntersuchungen • graphische Darstellung von Funktio- nen zweiten Grades	Die Schülerinnen und Schüler • lösen quadratische Gleichungen der Form $ax^2 + bx + c = 0$ mit Hilfe der Diskriminante oder durch Faktorisierung, • faktorisieren einfache quadratische Terme, wenn die Termstruktur es zulässt, • bestimmen mit Hilfe der Scheitelpunktform die Ko- ordinaten des Scheitelpunktes • zeichnen das Schaubild einer quadratischen Funktion mithilfe der Scheitelpunktform, • beschreiben den Verlauf des Graphen einer quadra- tischen Funktion in Abhängigkeit vom Parameter a und der Diskriminante, • lösen Ungleichungen zweiten Grades.

Polynome • Definition (Grad, Koeffizienten) • Nullstellen • Gleichheit von Polynomen • Faktorisierung von Polynomen vom Grad ≤ 3 (unter der Annahme, dass eine Lösung bekannt ist)	Die Schülerinnen und Schüler • schließen anhand der Termstruktur auf Eigenschaften des Polynoms und bestimmen Polynome mit bestimmten Eigenschaften, • faktorisieren Polynome durch Ausklammern, wenn dies möglich ist, oder Polynomdivision, wenn eine Nullstelle bekannt ist, • bestimmen den Verlauf einer Polynomfunktion, deren Term faktorisierbar ist (Gebietseinteilung).
--	---

Fakultative Inhalte

Anordnung • absoluter Betrag	Die Schülerinnen und Schüler • lösen Ungleichungen mit absolutem Betrag.
Polynome • Vorzeichenuntersuchungen	Die Schülerinnen und Schüler • lösen Ungleichungen mit Polynomen (höchstens 4. Grades).

Hinweis

- Das Lösen der Gleichung $x^2 + px + q = 0$ kann mit dem Satz von Vieta erfolgen.

2.1.2 Analysis

Verbindlicher Inhalt	Verbindliche Kompetenzen
Funktionen • Definitionsbereich und Wertebereich einer Funktion • gerade und ungerade Funktion • Monotonieverhalten • Graph der Funktion • Extrema: - global, lokal - Maximum, Minimum - Maximum-, Minimumstelle - Hoch-, Tiefpunkt des Graphen	Die Schülerinnen und Schüler • nennen anhand des Graphen Symmetrieeigenschaften einer Funktion und fertigen eine Vorzeichentabelle an, • geben anhand des Graphen die Monotonieintervalle der Funktion an, fertigen eine Monotonietabelle an, • lösen Gleichungen der Form $f(x) = m$ und Ungleichungen der Form $f(x) < m$ graphisch, • geben anhand des Graphen die Extrema und die Extremstellen einer Funktion sowie die Koordinaten von Hoch- und Tiefpunkten des Graphen an.

Grundfunktionen • Funktionen 1. Grades • quadratische Funktionen • Wurzelfunktion • Kehrwertfunktion • Betragsfunktion • kubische Funktion	Die Schülerinnen und Schüler • beschreiben das Monotonieverhalten der Grundfunktionen und fertigen entsprechende Vorzeichentabellen dieser Funktionen an, • skizzieren die Graphen der Grundfunktionen und schließen umgekehrt aus der Darstellung eines Graphen auf die zugrundeliegende Grundfunktion, • erzeugen, ausgehend von einer Funktion f, neue Funktionen durch einfache Transformationen von Grundfunktionen wie $g(x) = f(x) + c$, $g(x) = a \cdot f(x)$ und $g(x) = f(x + b)$ und zeichnen die Graphen der neuen Funktionen.
Grenzwerte • Grenzwerte von Funktionen im Unendlichen • Grenzwerte von Funktionen an einer Stelle	Die Schülerinnen und Schüler • ermitteln mithilfe eines digitalen Mathematikwerkzeugs Grenzwerte grundlegender Funktionen sowie Grenzwerte von Summen, Produkten und Quotienten dieser Funktionen.
Stetigkeit • Definition der Stetigkeit einer Funktion an einer Stelle • Stetigkeit im Intervall • Sätze für stetige Funktionen auf Intervallen: - Zwischenwertsatz - Nullstellensatz	Die Schülerinnen und Schüler • erläutern die Begriffe „Stetigkeit einer Funktion an einer Stelle bzw. in einem Intervall“ anschaulich anhand des Graphen, • untersuchen ausgewählte abschnittsweise definierte Funktionen anhand des Graphen auf Stetigkeit, • erläutern die anschauliche Bedeutung der Stetigkeitssätze und wenden diese zur Problemlösung an.
Ganzrationale Funktionen	Die Schülerinnen und Schüler • identifizieren ganzrationale Funktionen und bestimmen das Verhalten ganzrationaler Funktionen im Unendlichen ($x \rightarrow -\infty$ und für $x \rightarrow +\infty$), • bestimmen die Nullstellen einer ganzrationalen Funktion und zerlegen den Funktionsterm in Linearfaktoren: ○ ermitteln der Nullstellen bei Funktionstermen in faktorisierter Form unter Verwendung des „Nullproduktsatzes“. (Ein Produkt ist genau dann Null, wenn einer seiner Faktoren Null ist.) ○ begründen, dass das Polynom genau dann ohne Rest durch den Linearfaktor $(x - x_0)$ teilbar ist, wenn x_0 eine Nullstelle des Polynoms ist, ○ bestimmen der faktorisierten Form eines Polynoms höchstens dritten Grades mittels Polynomdivision, ○ erläutern, dass die Anzahl der Nullstellen den Grad n des Polynoms nicht übersteigen kann.

Ableitung • Differenzierbarkeit einer Funktion - an einer Stelle - in einem Intervall • Tangente an den Graphen von f • Ableitungsfunktion f' • Ableitungsfunktionen der Grundfunktionen mit: - $f(x) = c$ - $f(x) = x$ - $f(x) = x^2$ - $f(x) = \frac{1}{x}$ - $f(x) = \sqrt{x}$ - $f(x) = x^n, n \in \mathbb{N}$ • Ableitungsregeln - Faktorregel - Summenregel - Potenzregel •	Die Schülerinnen und Schüler • erläutern den Begriff „Differenzierbarkeit“ anschaulich anhand von Graphen, • verwenden die Formulierung „f heißt differenzierbar an der Stelle x_0“ sowie die Schreibweise $f'(x_0)$ sachgerecht, • erläutern die geometrische Bedeutung als Steigung der Tangente im Punkt $P(x_0 f(x_0))$, • zeichnen die Tangente in einem Punkt des Graphen mit bestimmter Steigung, • ordnen begründet verschiedenen Funktionsgraphen entsprechende Graphen der Ableitungsfunktionen zu und umgekehrt, • bestimmen die Ableitungsfunktionen der Grundfunktionen,
Untersuchung von Funktionen mit Hilfe der Ableitungsfunktionen • Monotonieintervalle: Zusammenhang zwischen dem Vorzeichen der Ableitungsfunktion und dem Monotonieverhalten der Funktion • Extremstellen: - Lokale Minimum-/Maximumstelle - lokales Minimum/Maximum notwendige Bedingung $f'(x_0) = 0$ - hinreichende Bedingung • Anwendung der Differenzialrechnung: - Funktionsanpassungen - Modellierung geeigneter Situationen und Vorgänge im Alltag	Die Schülerinnen und Schüler • bestimmen rechnerisch die Monotonieintervalle einer Funktion und erstellen eine Monotonietabelle, • bestimmen rechnerisch lokale Extremstellen von Funktionen sowie die Koordinaten von Hoch- und Tiefpunkten von Funktionsgraphen, • ermitteln Terme von ganzrationalen Funktionen (höchstens 4. Grades) mit vorgegebenen Eigenschaften, • modellieren geeignete Situationen und Vorgänge im Alltag.

Fakultative Inhalte

Untersuchung von Funktionen mit Hilfe der Ableitungsfunktionen • Extremwertaufgaben	<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • lösen Extremwertaufgaben.
--	---

Hinweise

- Auf eine formale Grenzwertbetrachtung wird verzichtet. Die Grenzwertbetrachtungen sollen rein intuitiv und mit Hilfe des Taschenrechners erfolgen.
- An eine ausführliche, bewiesene Einführung und Anwendung des Stetigkeitsbegriffs ist nicht gedacht; die Behandlung der Stetigkeit soll eher qualitativen Charakter haben.
- Die Einführung des Ableitungsbegriffs kann z. B. als momentane Änderungsrate einer Funktion erfolgen. Konkrete Sachsituationen erleichtern das Verständnis für diesen Zugang.
- Man beschränke sich beim Ableiten auf einfache Funktionen, sodass der Kern des Ganzen nicht durch einen hohen Rechenaufwand verdeckt wird.
- Im Hinblick auf die Verwendung in den anderen naturwissenschaftlichen Fächern ist auch die Verwendung anderer Variablenbezeichnungen (x , t , s etc.) hilfreich.
- Die Funktionsuntersuchungen sollen sich auf ganzrationale Funktionen beschränken, auch wenn Beispiele anderer Funktionstypen in Aufgaben vorkommen können.

2.1.3 Geometrie³

Verbindlicher Inhalt	Verbindliche Kompetenzen
Vektoren in der Ebene • Verschiebungsvektoren • Ortsvektoren ($\overrightarrow{OM}$ für einen Punkt M) • Gleichheit von Vektoren • Addition von Vektoren (Regel von Chasles: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$) • Produkt eines Vektors mit einer reellen Zahl • Kollinearität von Vektoren • Darstellung von Vektoren im kartesischen Koordinatensystem • Länge eines Vektors	<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • begründen den Satz: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow ABCD$ ist ein Parallelogramm, • stellen die Summe zweier Vektoren geometrisch dar, • stellen einen Vektor der Ebene durch zwei nicht kollineare Vektoren dar, • verwenden die Schreibweise $\lambda \vec{u}$ und untersuchen graphisch sowie rechnerisch die Kollinearität zweier Vektoren, • geben die Koordinaten des Vektors $\overrightarrow{AB}$ aus den Koordinaten der Punkte A und B an, • geben die Koordinaten der Summe zweier Vektoren an, • bestimmen rechnerisch die Längen von Vektoren und den Abstand zweier Punkte der Ebene.

³ Im Folgenden beziehen sich alle Vorgaben auf geometrische Objekte in kartesischen Koordinatensystemen.

Geraden in der Ebene • explizite Formen $y = ax + b$ (Normalform) oder $x = c$ • implizite Form $ax + by + c = 0$ (allgemeine Geradengleichung) • Parameterform einer Geradengleichung zu einer Gerade in der Ebene • gegenseitige Lage zweier Geraden: - sich schneidende Geraden; Sonderfall: sich orthogonal schneidende Geraden - parallele Geraden (echt parallel oder identisch)	Die Schülerinnen und Schüler • geben anhand einer Geradengleichung der Form $y = ax + b$ den y-Achsenabschnitt und die Steigung an und interpretieren diese Begriffe, • bestimmen aus zwei Punkten eine explizite Form der Geradengleichung, • bestimmen aus zwei Punkten oder einem Punkt und einem Richtungsvektor eine allgemeine Form der Geradengleichung, • zeichnen anhand einer Geradengleichung die Gerade in einem kartesischen Koordinatensystem, • geben anhand einer allgemeinen Geradengleichung einen Richtungsvektor an, • bestimmen den Ortsvektor $\overrightarrow{OX}$ eines beliebigen Punktes X der Geraden, die durch einen Stützpunkt und einen Richtungsvektor gegeben ist, • bestimmen zu einer Gerade, von der zwei Punkte oder ein Punkt und ein Richtungsvektor bekannt sind, eine Geradengleichung in Parameterform • wandeln eine Geradengleichung in impliziter (bzw. expliziter) Form in eine Parameterform um und umgekehrt, • untersuchen, ob zwei Geraden parallel (echt parallel oder identisch) sind, oder ob sie sich (senkrecht) schneiden, • bestimmen den Schnittpunkt zweier Geraden.
Geometrie im Raum • Körper • Oberfläche und Volumen von Körpern	Die Schülerinnen und Schüler • zeichnen Körper perspektivisch, • geben die Schnittgebilde der üblichen Körper (Würfel, Quader, Prisma, Zylinder, Kegel, Kugel, Pyramide) mit einer Ebene an, • berechnen Oberflächeninhalte und Volumina der üblichen Körper (Würfel, Quader, Prisma, Zylinder, Kegel, Kugel, Pyramide).

Hinweise

- Die Einführung der Vektoren kann sowohl innermathematisch als auch anwendungsbezogen erfolgen.
- Die Berechnung des Schnittpunktes zweier Geraden erlaubt eine Wiederholung der Betrachtung der Lösungsvielfalt linearer Gleichungssysteme.
- Bei der Betrachtung der möglichen Lagebeziehungen von Gerade und Ebene genügt es, lediglich die räumlichen Beziehungen der Objekte zueinander zu beschreiben. Rechnungen sind an dieser Stelle nicht erforderlich.
- Die Verwendung von dynamischer Geometriesoftware zur Veranschaulichung und Konstruktion ist ein unverzichtbares Element in der ebenen Geometrie und der Raumgeometrie.

- Für die Zylinder oder Kegel sollen nur Schnittebenen senkrecht zu den Achsen der Körper betrachtet werden.
- Die Formeln zur Berechnung der Oberfläche und des Volumens sollten aus dem Unterricht der Mittelstufe bekannt sein. Dies bietet die Gelegenheit zur Wiederholung und zu Aufgaben größeren Schwierigkeitsgrades.

2.1.4 Statistik und Wahrscheinlichkeit

Verbindlicher Inhalt	Verbindliche Kompetenzen
Beschreibende Statistik • Datenerhebung und -erfassung, Umgang mit Daten, Darstellungsformen, Diagramme • absolute und relative Häufigkeiten • Median, Quartile, Boxplot • arithmetischer Mittelwert	Die Schülerinnen und Schüler • erheben und erfassen Daten statistisch, ordnen diese an, stellen sie übersichtlich dar, analysieren und interpretieren sie, • bestimmen absolute und relative Häufigkeiten, • berechnen zu vorgegebenen Datensätzen den arithmetischen Mittelwert bzw. den Median und die Quartilen und bewerten die Daten damit.
Wahrscheinlichkeiten • Zufallsexperiment - Ergebnisse des Zufallsexperiments $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ - Ergebnismenge Ω - relative Häufigkeit eines Ergebnisses - Empirisches Gesetz der großen Zahlen • Ereignisse - Elementarereignisse - Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses - die Ereignisse $A \cap B$; $A \cup B$; $\bar{A}$ - Wahrscheinlichkeit für $A \cap B$; $A \cup B$; $\bar{A}$ • Wahrscheinlichkeitsverteilung • Vierfeldertafel • Zufallsexperimente, bei denen alle Elementarereignisse gleichwahrscheinlich sind (Laplace-Experimente)	Die Schülerinnen und Schüler • interpretieren den Begriff der Wahrscheinlichkeit im Zusammenhang mit gleichwahrscheinlichen Ergebnissen als stabilisierte relative Häufigkeit und lösen damit zusammenhängende Aufgaben und Probleme, • geben Ergebnismengen von einfachen Zufallsexperimenten an und berechnen die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses (auch die des Gegenereignisses, des Und-Ereignisses, des Oder-Ereignisses), • erstellen Vierfeldertafeln und bestimmen damit Wahrscheinlichkeiten, • entscheiden begründet, ob Zufallsexperimente Laplace- Experimente sind und berechnen Laplace-Wahrscheinlichkeiten.

2.2 Klassenstufe 11

2.2.1 Trigonometrie

Inhalt	Verbindliche Kompetenzen
--------	--------------------------

Grundlagen der Trigonometrie • Einheitskreis - orientiertes Winkelmaß - Sinus und Kosinus am Einheitskreis • Bogenmaß - Einheit Radiant (1 rad) - Bogenlänge - Hauptwert • trigonometrischer Pythagoras $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$ • trigonometrische Gleichungen	Die Schülerinnen und Schüler • zeichnen den zu einem Winkel α zugehörigen Punkt P auf dem Einheitskreis und geben $\sin(\alpha)$ und $\cos(\alpha)$ als entsprechende y- und x-Koordinaten des Punktes P an, • bestimmen am Einheitskreis Lösungen von Gleichungen vom Typ $\cos(x) = \cos(\alpha)$ und $\sin(x) = \sin(\alpha)$ und stellen die Lösungen am Einheitskreis dar, • bestimmen zu einem Winkelmaß im Gradmaß das entsprechende Bogenmaß und den Hauptwert im Intervall $]-\pi; \pi]$, • geben das Bogenmaß besonderer Winkel als Bruchteile bzw. Vielfache von π an, • bestimmen zu Winkelmaßen x ($-x, \pi \pm x, \frac{\pi}{2} \pm x$) im Bogenmaß das entsprechende Gradmaß.
---	--

2.2.2 Analysis – weitere Funktionsklassen

Verbindlicher Inhalt	Verbindliche Kompetenzen
Ableitungen • Produktregel • Höhere Ableitungen	Die Schülerinnen und Schüler • bestimmen höhere Ableitungen, • bestimmen Ableitungen zusammengesetzter Funktionen.
Krümmungsverhalten: • Linkskrümmung/Rechtskrümmung • Wendestelle • Wendepunkte	Die Schülerinnen und Schüler • bestimmen graphisch und rechnerisch das Krümmungsverhalten sowie die Wendestellen bzw. Koordinaten der Wendepunkte eines Funktionsgraphen, • nutzen Krümmungsverhalten, Wendestellen und -punkte zur Untersuchung von Funktionsgraphen.
Trigonometrische Funktionen • Sinusfunktion mit $f(x) = \sin(x)$ und Kosinusfunktion mit $f(x) = \cos(x)$ - Definitionsmenge - Wertemenge - Periode - Nullstellen - Monotonieintervalle - Symmetrieeigenschaften (Punkt- bzw. Achsensymmetrie)	Die Schülerinnen und Schüler • geben die Eigenschaften der Sinus- bzw. der Kosinusfunktion an und zeichnen ihre Graphen, • bestimmen zu einer Stelle x ($-x, \pi \pm x, \frac{\pi}{2} \pm x$) die entsprechenden Sinus- bzw. Kosinuswerte anhand der Graphen der trigonometrischen Funktionen • nennen die besonderen Werte der Sinusfunktion bzw. der Kosinusfunktion für $0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \pi$, • geben die Ableitungen der trigonometrischen Funktionen an,

- Graph - Ableitungen: $(\sin(x))' = \cos(x)$ $(\cos(x))' = -\sin(x)$ • Allgemeine trigonometrische Funktionen - $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d$ $f(x) = a \cdot \cos(b \cdot x + c) + d$ mit $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $c, d \in \mathbb{R}$	• beschreiben den Einfluss der Parameter a, b, c und d der allgemeinen Funktionsgleichung auf die Graphen von Sinus- bzw. Kosinusfunktion, • bestimmen zu vorgegebenen Funktionsgraphen die Werte der Parameter a, b, c und d, • beschreiben die Analogie zur Bedeutung der Parameter bei den quadratischen Funktionen.
Einfache gebrochen rationale Funktionen • Funktionen mit Funktionstermen der Form $f(x) = \frac{a}{x-b} + c$ bzw. $f(x) = \frac{a}{(x-b)^2} + c$ mit $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $b, c \in \mathbb{R}$ - Definitionsmenge - Symmetrie (gerade bzw. ungerade Funktionen) - Grenzwerte - Asymptote - Nullstellen - Monotonieintervalle - Symmetrieeigenschaften - Graph	Die Schülerinnen und Schüler • bestimmen die Definitionsmenge und die Definitionslücken von gebrochen rationalen Funktionen, • beschreiben den Zusammenhang zwischen den Graphen der Funktionen f und g mit $f(x) = \frac{a}{x-b} + c$ und $g(x) = \frac{1}{x}$ bzw. $f(x) = \frac{a}{(x-b)^2} + c$ und $g(x) = \frac{1}{x^2}$. • untersuchen Eigenschaften von Funktionen mit Funktionstermen der Form $f(x) = \frac{a}{x-b} + c$ bzw. $f(x) = \frac{a}{(x-b)^2} + c$ und skizzieren ihre Graphen.
Exponentialfunktionen • natürliche Exponentialfunktion mit Basis e (e-Funktion) - Definition der Eulerschen Zahl e - Definition der e-Funktion mit $f(x) = e^x$ - Eigenschaften der e-Funktion (Ableitung, Monotonie, Krümmung, Grenzwerte, Graph) • zusammengesetzte Funktionen - Produkte der e-Funktion mit ganzrationalen Funktionen - Verhalten von Funktionen mit $f(x) = x^n \cdot e^{cx}$ für $x \rightarrow +\infty$ und für $x \rightarrow -\infty$, $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, n \in \mathbb{N}$ • exponentielles Wachstum - charakteristische Merkmale - konstanter Quotient $\frac{f(x+1)}{f(x)}$	Die Schülerinnen und Schüler • geben Eigenschaften der e-Funktion an und skizzieren ihren Graphen, • untersuchen aus der e-Funktion und ganzrationalen Funktionen zusammengesetzte Funktionen, • bestimmen das Verhalten von Funktionen der Form $f(x) = x^n \cdot e^{cx}$ für $x \rightarrow +\infty$ bzw. für $x \rightarrow -\infty$ und $n \in \mathbb{N}$, • geben Beispiele für exponentielles Wachstum an und beschreiben Unterschiede zwischen exponentiellem und linearem Wachstum.

- Grenzwertverhalten	
Logarithmusfunktion • natürliche Logarithmus-Funktion (ln-Funktion) - Definition - Eigenschaften (Differenzierbarkeit und Ableitung, Stammfunktionen, Monotonie, Krümmung, Wertemenge, Verhalten für $x \rightarrow +\infty$ bzw. $x \rightarrow 0^+$, Graph) - Funktionaleigenschaften -	Die Schülerinnen und Schüler • formulieren die Definition der ln-Funktion sowie ihre Eigenschaften und die grundlegenden Funktionaleigenschaften $\ln(x_1 \cdot x_2) = \ln(x_1) + \ln(x_2)$ $\ln(x^r) = r \cdot \ln(x)$, •

Fakultative Inhalte

Weitere Ableitungsregeln • Quotientenregel	Die Schülerinnen und Schüler • bestimmen Ableitungen mithilfe der Quotientenregel.
Gebrochen rationale Funktionen • Gebrochen rationale Funktionen - Definitionsmenge - Symmetrie (gerade bzw. ungerade Funktionen) - Grenzwerte - Asymptote - Nullstellen - Monotonieintervalle - Symmetrieeigenschaften - Graph	Die Schülerinnen und Schüler • untersuchen Eigenschaften gebrochen rationaler Funktionen.
Exponentialfunktionen • zusammengesetzte Funktionen - Quotienten der e-Funktion mit ganzrationalen Funktionen	Die Schülerinnen und Schüler • untersuchen aus der e-Funktion und ganzrationalen Funktionen zusammengesetzte Funktionen.
Logarithmusfunktion • zusammengesetzte Funktionen - Produkte der ln-Funktion mit ganzrationalen Funktionen - Quotienten der ln-Funktion mit ganzrationalen Funktionen - Verhalten von Funktionen mit $f(x) = x^n \cdot \ln(x)$ mit $n \in \mathbb{N}$ für $x \rightarrow +\infty$ bzw. $x \rightarrow 0^+$	Die Schülerinnen und Schüler • untersuchen aus der ln-Funktion und ganzrationalen Funktionen zusammengesetzte Funktionen, • bestimmen das Verhalten von Funktionen des Typs $f(x) = x^n \cdot \ln(x)$ für $x \rightarrow +\infty$ bzw. $x \rightarrow 0^+$, • bestimmen Stammfunktionen zu Funktionen der Form $f(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$.

- **Stammfunktionen zu Funktionen der Form $f(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$ (logarithmisches Integrieren)**

Hinweise

- Allgemein sollen bei den gebrochen rationalen Funktionen keine zu komplizierten Nennerfunktionen verwendet werden (maximal bis zum Grad 2) und auf Scharparameter verzichtet werden. Die zweite Ableitung wird formal durch Anwendung der Ableitungsregeln auf die erste Ableitung erhalten. Die geometrische Bedeutung der zweiten Ableitung wird erst bei der Untersuchung des Krümmungsverhaltens von Graphen thematisiert.
- Wendepunkte werden lediglich durch die Vorzeichenuntersuchung der zweiten Ableitung bestimmt.
- Begründungen wie „Exponentialfunktionen wachsen stärker als Potenzfunktionen“ reichen zur Bestimmung des Grenzwertverhaltens an den Rändern der Definitionsmenge aus. Eine formale Begründung der Grenzwertsätze wird nicht erwartet.
- Eine qualitative Beschreibung des Verhaltens der In-Funktion gegenüber den Potenzfunktionen reicht aus.
- Bei den zusammengesetzten Funktionen beschränke man sich auf die Untersuchung einfacher Beispiele.
- Die In-Funktion kann als Umkehrfunktion der e-Funktion eingeführt werden. Alternativ ist eine Einführung als $\ln(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt$ möglich – sofern die Integralrechnung schon eingeführt wurde.

2.2.3 Analysis – Integralrechnung

Verbindlicher Inhalt	Verbindliche Kompetenzen
Integral und Stammfunktion • Flächeninhalt krummlinig begrenzter Flächen • Einführung des Integrals • Eigenschaften des Integrals (Linearität, Intervalladditivität) • Integrationsregeln • bestimmtes Integral • Stammfunktionen • Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung • Anwendungen des Integrals bei Flächenberechnungen: - Fläche zwischen dem Graph einer Funktion und der x-Achse - Fläche zwischen zwei Funktionsgraphen	Die Schülerinnen und Schüler • erläutern Methoden der näherungsweisen Bestimmung von Flächeninhalten (z. B. mithilfe ein- und umbeschriebener Rechtecke) • geben die Bedeutung sowie die Eigenschaften des Integrals an, • erläutern den Begriff der Stammfunktion und geben zu einer Funktion eine Stammfunktion an, • begründen, dass es zu einer Funktion mehrere Stammfunktionen gibt, die sich durch additive Konstanten unterscheiden, • berechnen bestimmte Integrale mit Hilfe der Formel $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$, $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$, • ermitteln Inhalte von Flächen mithilfe der Integralrechnung.

Hinweise

- Es ist kein ausführlicher Beweis des Hauptsatzes nötig.

2.3 Klassenstufe 12

2.3.1 Vektorielle Geometrie – Grundlagen ⁴

Verbindlicher Inhalt	Verbindliche Kompetenzen
Vektoren • Vektorrechnung im Raum • kartesisches Koordinatensystem im Raum • Kollinearität • Komplanarität	Die Schülerinnen und Schüler • stellen Punkte und Repräsentanten von Vektoren in einem kartesischen Koordinatensystem dar, • übertragen die Vektorrechnung aus der Ebene in den Raum, • veranschaulichen die Kollinearität zweier Vektoren bzw. die Komplanarität dreier Vektoren geometrisch, • überprüfen die Kollinearität zweier Vektoren bzw. die Komplanarität dreier Vektoren rechnerisch.
Das Skalarprodukt in der Ebene und im Raum • Definition • Eigenschaften • Winkel zwischen zwei Vektoren • Rechenregeln • Betrag eines Vektors • Orthogonalität zweier Vektoren • Anwendungen des Skalarprodukts: - Berechnung von Winkelmaßen - Berechnung von Streckenlängen	Die Schülerinnen und Schüler • berechnen Skalarprodukte, • wenden die Rechenregeln für das Skalarprodukt an, • berechnen Beträge von Vektoren, • beweisen die Orthogonalität zweier Vektoren mit Hilfe des Skalarprodukts, • berechnen mit Hilfe des Skalarproduktes Maße von Winkeln und Längen von Strecken.
Das Vektorprodukt • Definition	Die Schülerinnen und Schüler • bestimmen mit Hilfe des Vektorprodukts einen Vektor, der orthogonal zu zwei gegebenen Vektoren ist.

Fakultative Inhalte

Das Vektorprodukt • Anwendung des Vektorprodukts - Bestimmung des Flächeninhalts eines Parallelogramms und eines Dreiecks - Bestimmung eines Normalenvektors einer Ebene	Die Schülerinnen und Schüler • berechnen mit Hilfe des Vektorproduktes den Flächeninhalt eines Parallelogramms und eines Dreiecks, • bestimmen einen Normalenvektor einer Ebene.
---	--

Hinweis

- Das Vektorprodukt ist nur als Rechenhilfe einzusetzen.

⁴ Im Folgenden beziehen sich alle Vorgaben auf geometrische Objekte in kartesischen Koordinatensystemen.

2.3.2 Vektorielle Geometrie – Objekte im Raum ⁵

Verbindlicher Inhalt	Verbindliche Kompetenzen
Geraden im Raum • Darstellung von Geraden im Raum - Zweipunktgleichung - vektorielle Parametergleichung	Die Schülerinnen und Schüler • stellen eine Parametergleichung einer Gerade auf und begründen, dass diese nicht eindeutig ist, • stellen Geraden in einem Koordinatensystem geeignet dar, • überprüfen rechnerisch, ob ein vorgegebener Punkt auf einer Geraden liegt.
Ebenen im Raum • Darstellung einer Ebene im Raum - Dreipunktgleichung - vektorielle Parametergleichung mit zwei nicht kollinearen Spannvektoren - Normalengleichung - Koordinatengleichung	Die Schülerinnen und Schüler • stellen Ebenengleichungen auf (auch in Sachkontexten), • überprüfen rechnerisch, ob ein vorgegebener Punkt in einer Ebene liegt, • wandeln die verschiedenen Darstellungen von Ebenengleichungen ineinander um.
Lagebeziehungen und Schnittwinkel • Lageziehung: - Gerade – Gerade - Gerade – Ebene - Ebene – Ebene • Schnittwinkel zwischen - zwei Geraden - zwei Ebenen	Die Schülerinnen und Schüler • beschreiben die möglichen Lagebeziehungen zwischen den vorgegebenen Objekten, • untersuchen rechnerisch die Lagebeziehungen zwischen den vorgegebenen Objekten, • bestimmen die Maße von Schnittwinkeln zwischen den vorgegebenen Objekten.
Abstände • Abstand eines Punktes von - einer Ebene - einer Gerade	Die Schülerinnen und Schüler • berechnen Abstände zwischen den vorgegebenen Objekten.

Fakultative Inhalte

Der Kreis in der Ebene • Koordinatengleichung eines Kreises • Vektorgleichung eines Kreises	Die Schülerinnen und Schüler • beschreiben Kreise in der Ebene mithilfe von Gleichungen, • wandeln eine Darstellungsform in die andere um.
---	---

⁵ Im Folgenden beziehen sich alle Vorgaben auf geometrische Objekte in kartesischen Koordinatensystemen.

Abstände • Abstand paralleler Geraden • Abstand einer Geraden von einer zu ihr parallelen Ebene • Abstand zweier paralleler Ebenen	<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • berechnen Abstände.
Komplexe Anwendungen • Spiegelung eines Punkts an - einem Punkt - einer Ebene • Volumen von Quader und Pyramide	<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • berechnen die Koordinaten von Spiegelpunkten, • berechnen Volumen von Quader und Pyramiden, • weisen geometrische Eigenschaften nach (z. B. Quadrat, gleichschenkliges Dreieck, ...)

Hinweis

- Die Untersuchung von Lagebeziehungen im Raum bietet die Möglichkeit, lineare Gleichungssysteme aufzustellen und zu lösen.

2.3.3 Statistik und Wahrscheinlichkeit

Verbindlicher Inhalt	Verbindliche Kompetenzen
Mehrstufige Zufallsexperimente • Baumdiagramm • Pfadregeln - Multiplikationsregel - Additionsregel • Vereinfachtes Baumdiagramm	<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • geben bei n-stufigen Zufallsexperimenten die Ergebnisse als n-Tupel an, • stellen mehrstufige Zufallsexperimente in Baumdiagrammen dar, • berechnen mithilfe der Pfadregeln Wahrscheinlichkeiten bei n-stufigen Zufallsexperimenten.
Bedingte Wahrscheinlichkeit und Unabhängigkeit • bedingte Wahrscheinlichkeit • Unabhängigkeit zweier Ereignisse • Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit	<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • entnehmen Bedingungen aus Aufgabentexten und stellen bedingte Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Notation $P_A(B)$ dar, • stellen eine Situation im Sachkontext mit Hilfe eines Baumdiagramms oder einer Vierfeldertafel dar, • berechnen die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit Hilfe des Satzes von der totalen Wahrscheinlichkeit in der Form $P(A) = P(B) \cdot P_B(A) + P(\bar{B}) \cdot P_{\bar{B}}(A)$.
Kombinatorik • Urnenmodelle mit und ohne Beachtung der Reihenfolge - Ziehen mit Zurücklegen - Ziehen ohne Zurücklegen	<i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • wenden die Rechenregeln der Kombinatorik an und lösen damit Aufgaben in Sachkontexten.

- Permutationen von k Objekten - gleichzeitiges Ziehen von k aus n Objekten • Rechenregeln: n-Fakultät, k-Permutationen, Kombinationen (Binomialkoeffizient)	
Binomialverteilung • Bernoulli-Experimente, Bernoulli-Ketten, Binomialverteilung • Verteilungsfunktion • Erwartungswert und Varianz einer Binomialverteilung	Die Schülerinnen und Schüler • entscheiden begründet, ob Zufallsgrößen mithilfe einer Binomialverteilung modelliert werden können, • erläutern mithilfe eines Baumdiagramms, dass die Binomialkoeffizienten die Anzahl der Pfade für k Treffer bei n Versuchen angeben, • berechnen Wahrscheinlichkeiten und kumulierte Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Binomialverteilung unter Verwendung eines digitalen Mathematikwerkzeugs (Taschenrechner, Software), • berechnen und interpretieren den Erwartungswert und die Varianz einer binomialverteilten Zufallsgröße.

Fakultative Inhalte

Approximation von Binomialverteilungen durch die Normalverteilung • Standardisieren einer binomialverteilten Zufallsgröße • näherungsweise Berechnung von Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Standardnormalverteilung	Die Schülerinnen und Schüler • geben an, dass sich eine Binomialverteilung für $\sigma > 3$ durch eine Normalverteilung approximieren lässt, • standardisieren eine binomialverteilte Zufallsvariable X durch $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$, • berechnen näherungsweise Wahrscheinlichkeiten für die standardisierte Zufallsvariable Z mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen oder von Tabellenwerten der Standardnormalverteilung.
Testen von Hypothesen • Nullhypothese • Alternativhypothese • Entscheidungsregeln • Fehler 1. und 2. Art • Irrtumswahrscheinlichkeit	Die Schülerinnen und Schüler • führen Hypothesentests mithilfe von Binomialverteilungen durch, • formulieren anhand vorgegebener Testanordnungen die Nullhypothese H_0 und die Alternativhypothese H_1 und ermitteln kritische Bereiche, Entscheidungsregeln sowie den Fehler 1. und 2. Art.

Hinweise

- Ein axiomatischer Wahrscheinlichkeitsbegriff ist nicht vorgesehen.

- In der Kombinatorik ist eine Einschränkung auf Situationen mit einfachen kombinatorischen Berechnungen zu beachten.
- Die mit dem Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit verbundene Begriffsbildung wird von den Schülerinnen und Schülern nicht erwartet, aber sie sollen in der Lage sein, die Formel einzusetzen.

3 Operatoren

Operator	Definition
angeben, nennen	Ergebnisse numerisch oder verbal formulieren, ohne Darstellung des Lösungsweges und ohne Begründungen
begründen	eine Aussage, einen Sachverhalt durch Berechnung, nach gültigen Schlussregeln, durch Herleitung oder in inhaltlicher Argumentation verifizieren oder falsifizieren
berechnen	Ergebnisse von einem Ansatz oder einer Formel ausgehend durch Rechenoperationen gewinnen
bestimmen, ermitteln	Die Art des Vorgehens kann – sofern nicht durch einen Zusatz anders angegeben – frei gewählt werden (z. B. Anwenden rechnerischer oder grafischer Verfahren). Das Vorgehen ist darzustellen.
beschreiben	Einen Sachverhalt oder ein Verfahren in vollständigen Sätzen unter korrekter Verwendung der Fachsprache mit eigenen Worten wiedergeben. Eine Begründung für die Beschreibung ist nicht notwendig.
beurteilen	Das zu fällende Urteil ist zu begründen.
beweisen, zeigen	Aussagen unter Verwendung von bekannten mathematischen Sätzen, logischen Schlüssen und Äquivalenzumformungen und unter Beachtung formaler Kriterien verifizieren
deuten, interpretieren	Die Deutung bzw. Interpretation stellt einen Zusammenhang her z. B. zwischen einer grafischen Darstellung, einem Term oder dem Ergebnis einer Rechnung und einem vorgegebenen Sachzusammenhang.
entnehmen	aus vorgegebenen Darstellungen Daten zur Beantwortung von Fragen oder zur Weiterverarbeitung aufbereiten
entscheiden	Für die Entscheidung ist keine Begründung notwendig.
erläutern	Sachverhalte auf der Grundlage von Vorkenntnissen so darlegen und veranschaulichen, dass sie verständlich werden
graphisch darstellen, zeichnen	mathematische Objekte in einer fachlich üblichen oder in einer vorgeschriebenen Form wiedergeben, graphisch darstellen: Anfertigen einer zeichengenauen, graphischen Darstellung auf der Basis der genauen Wiedergabe wesentlicher Punkte bzw. maßgetreues oder maßstäbliches zeichnerisches Darstellen eines Objekts
skizzieren	Die Skizze ist so anzufertigen, dass sie das im betrachteten Zusammenhang Wesentliche graphisch beschreibt.
überprüfen	durch Anwendung mathematischer Regeln oder Kenntnisse in einer ergebnisoffenen Situation einen vorgegebenen Sachverhalt verifizieren oder falsifizieren
untersuchen	Sachverhalte, Probleme, Fragestellungen nach bestimmten, fachlich üblichen beziehungsweise sinnvollen Kriterien zielorientiert erkunden
vergleichen	Gemeinsamkeiten und Unterschiede herausarbeiten
verwenden, nutzen, umgehen mit	Fachbegriffe, Regeln, mathematische Sätze, Zusammenhänge oder Verfahren auf einen anderen Sachverhalt beziehen
zuordnen	einen begründeten Zusammenhang zwischen Objekten oder Darstellungen herstellen